

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
قطاع الكتب

الرياضيات

الصف السادس الابتدائى

الفصل الدراسى الأول

كتاب التلميذ

تأليف

أ.د / محمود أحمد محمود نصر
أستاذ تعليم الرياضيات - كلية التربية
جامعة بنى سويف

د / ربيع محمد عثمان أحمد
مدرس تعليم الرياضيات - كلية التربية
جامعة بنى سويف

٢٠١٣ - ٢٠١٤

لجنة التعديل والمراجعة

د/ عيد عبدالعزيز فتح الباب

(منسق شعبة الرياضيات وخبير مناهج)

د/ محمد محى الدين عبد السلام أبو رية

(خبير مناهج ومواد تعليمية)

د/ آمال فوزى النجار

(خبير مناهج ومواد تعليمية)

أ/ عبد الرحمن محمد عمر

(موجه عام)

أ/ أحمد محمود أبو العزم

(موجه أول رياضيات)

أ/ حسين محمود حسين

مستشار الرياضيات

مراجعة لغوية: أ/ عليه حامد أحمد

إشراف تربوى

أ.د/ محمد رجب فضل اللّه

مستشار الوزير لتطوير المناهج

والمشرف العام على مركز تطوير المناهج





أبناءنا الأعزاء : تلاميذ الصف السادس الابتدائى .. يسعدنا أن نقدم لكم كتاب الرياضيات ، ضمن السلسلة المطورة لكتب الرياضيات ، وقد راعينا فيه عدة أشياء من أجل أن تُصبح دراستك للرياضيات عملاً محبباً وممتعاً ومفيداً لك وهى :

- عرض الموضوعات بأسلوب بسيط وواضح وبلغة تناسب معلوماتك وخبراتك ، مما يساعدك على التواصل مع المعلومات والأفكار الواردة بكل موضوع على حدة .
- تدرج الأفكار الواردة بكل درس وتسلسلها من البسيط إلى الأكثر عمقًا.
- الحرص على تكوين المفاهيم والأفكار الجديدة لديك بصورة سليمة قبل الانتقال إلى إجراء العمليات المتصلة بها من خلال أنشطة مناسبة لذلك.
- ربط موضوعات الرياضيات بالحياة من خلال قضايا ومشكلات واقعية و تطبيقات حياتية عديدة ، آملين أن تشعر بقيمة الرياضيات وأهمية دراستها كعلم نافع فى الحياة.
- فى مواطن كثيرة من الكتاب نتيح لك فرصاً لاستنتاج الأفكار والتوصل إلى المعلومات بنفسك معتمدًا على خبراتك وتفكيرك لتنمو لديك مهارة البحث والتعلم الذاتي.
- فى مواطن أخرى ندعوك لتعمل مع مجموعة من زملائك لتتعرف على أفكارهم وتتواصل معهم لتقدمون معاً فكرا واحدًا.
- فى مواطن أخرى من الكتاب ندعوك للتحقق من صحة الحلول التى تقدمها لتنمية ثقتك بنفسك ، وزيادة قدرتك فى الحكم على صحة الأشياء.

وقد تم تقسيم الكتاب إلى وحدات والوحدات إلى دروس وتم تزويدها بالرسوم والصور والأشكال التوضيحية بهدف تقريب المعانى والأفكار.





وأخيرًا .. حاول عزيزى التلميذ وأنت فى الفصل مع معلمك وزملائك أن تشارك بفاعلية ،ولا تتردد فى طرح الأسئلة والاستفسارات ،وثق أن أى مشاركة منك سوف تكون موضع تقدير من معلمك.

تذكر أن الرياضيات دائمًا بها أسئلة يكون لها أكثر من حل صحيح .

نسأل الله أن نكون قد وفقنا فى هذا العمل لصالح مصرنا الحبيبة.

المؤلفان





المحتويات



الوحدة الأولى : النِّسْبَة

الوحدة الثانية : التناسب



الوحدة الثالثة : الهندسة والقياس

الوحدة الرابعة : الإحصــــاء

الوحدة الأولى

النِّسْبَة

الدرس الأول : معنى النِّسْبَة .

الدرس الثانى : خواص النِّسْبَة .

الدرس الثالث : تدريبات متنوعة على النِّسْبَة وخواصها .

الدرس الرابع : النِّسْبَة بَيْنَ ثلاثة أعداد .

الدرس الخامس : تطبيقات على النِّسْبَة (المعدل).

١ مَعنَى النِّسْبَةِ

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- معنى النسبة .
- التعبير عن النسبة .
- مكونات النسبة.

المفاهيم الرياضية

- النسبة بَيْنَ كميتين .
- مقدم النسبة .
- تالى النسبة .

لَاحَظْ وَنَاقِشْ:

المقارنة بين كميتين من نفس النوع: علي سبيل المثال:

أولًا : المُقَارَنَةُ بَيْنَ سعرين

فِى الشَّكْلِ التَّالِى سعر البلوزة ٤٠ جنيها ، و سعر البنطلون ٨٠ جنيها، حَيثُ نَستَطيعَ المقَارَنة بَيْنَ السعرين بِإحْدَى الطُّرقِ الآتِيَة :



أ– سعر البلوزة أَقَلُّ مِنْ سعر البنطلون أو سعر البنطلون أكبر من سعر البلوزة .

ب– سعر البلوزة $\frac{١}{٢}$ سعر البنطلون لِأَنَّ $\frac{\text{سعر البلوزة}}{\text{سعر البنطلون}} = \frac{٤٠}{٨٠} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

جـ–سعر البنطلون ضعف سعر البلوزة لِأَنَّ $(\frac{\text{سعر البنطلون}}{\text{سعر البلوزة}}) = \frac{٨٠}{٤٠} = \frac{٨}{٤} = ٢$

يسمى الكسر $\frac{\text{سعر البلوزة}}{\text{سعر البنطلون}} = \frac{١}{٢}$ بنسبة سعر البلوزة إلى سعر البنطلون.

وكذلك $\frac{\text{سعر البنطلون}}{\text{سعر البلوزة}} = \frac{٢}{١}$ بنسبة سعر البنطلون إلى سعر البلوزة.

ثَانِيًا : المُقَارَنَةُ بَيْنَ طولين :



مِنَ الشَّكْلِ المُقَابِلِ نَسْتَطِيعُ المُقَارَنَةَ بَيْنَ ارْتِفَاعِ الشَّجَرَةِ (٣متر) وَارتِفَاعِ المنْزِلِ (٩متر) بِإِحْدَى الطُّرُقِ التَّالِيَةِ:

١. ارْتِفَاعُ المَنزِلِ يَزِيْدُ عَن ارْتِفَاعِ الشَّجرةِ أَوْ أَنَّ ارْتِفَاعَ الشَّجَرة يَنْقُصُ عَنِ ارْتِفَاعِ المَنْزِلِ .

٢. ارْتِفاعُ المَنْزِلِ أكبَرُ من ارتفاعِ الشَّجَرَةِ أَوْ ارْتِفاعُ الشَّجَرَةِ أَقَلُّ مِنَ ارتفاعِ المَنزِلِ .

٣. ارْتِفاعُ المَنْزِلِ ثَلاثَةُ أَمْثالِ ارْتِفاعِ الشَّجَرَةِ لِأَنَّ $\frac{\text{ارتفاع المنزل}}{\text{ارتفاع الشجرة}} = \frac{٩}{٣} = ٣$ (وَيُسمَّى العدد الكَسْرى $\frac{٩}{٣}$ بالنِّسْبَة) .

أَوْ ارْتِفاعِ الشَّجَرَةِ ثُلثُ ارْتِفاعِ المَنزِلِ لِأَنَّ ($\frac{\text{ارتفاع الشجرة}}{\text{ارتفاع المنزل}}$) $= \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$ (وَيُسمَّى الكَسْرَ $\frac{١}{٣}$ بالنِّسْبَة) .

لَعلَّكَ فَهِمْتَ الآنَ مَعْنَى النِّسْبَة وَتَوصَّلتَ إلَى أَنَّهُ :



عِنْدَ المقَارَنَة بَيْنَ كميَّتين أَوْ عَددين من نَفْسِ النَّوْعِ وَلهُمَا نَفْسُ الوَحْدَاتِ فَإِنَّ الكَسْرَ النَّاتِج يُسَمَّى (النِّسْبَة)

أَيْ أَنَّ : النسبة بين عدد وعدد آخر = $\frac{\text{العدد الأول}}{\text{العدد الآخر}}$

التَّعْبِيرُ عَنِ النِّسْبَة :

- فِى حَالَة سعر البلوزة وسعر البنطلون أَمْكَن التَّعْبِيرُ عَنِ النِّسْبَة بِصُورَة كَسْرِيَّة هِىَ = $\frac{١}{٢}$ وَيُمْكِنُ كِتَابَتُهَا بِصُورَة أُخْرَى هِىَ ١ : ٢ وَتُقرَأُ (١ إِلَى ٢) ، حَيْثُ يُسَمَّى ١ مُقدَّم النِّسْبَة، أَوْ حَدَّهَا الأولُ ، وَيُسمَّى ٢ تَالِى النِّسْبَة ، أَوْ حَدَّهَا الثَّانِى .
- بِالمِثْلِ فِى حَالَة ارْتِفاعِ الشَّجَرَة وَارتِفاعِ المَنْزِلِ أَمكنَ التَّعبِيرُ عَنِ النِّسْبَة بِصُورَة كَسرِيَّة هِىَ $\frac{١}{٣}$ وَيُمْكِنُ كِتَابَتُهَا بِصُورَة أُخْرَى هِىَ ١ : ٣ وتُقرأ (١ إِلَى ٣) ، حَيْثُ يُسمَّى ١ مُقَدَّمَ النِّسْبَة، أَوْ حَدَّهَا الأولَ ، ويُسمَّى ٣ تَالِى النِّسْبَة ، أَو حَدَّهَا الثَّانِى .

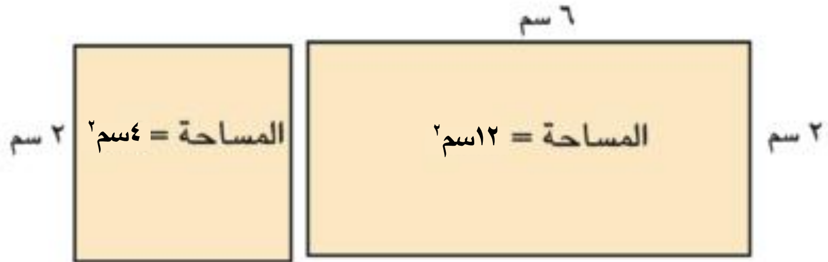
تَدْرِيبُ (١) أَكمِلْ : إِذَا كَانَ مَا يَمتلكه خَالدٌ ١٥ جُنيهًا ، وَمَا يَمتلكُهُ أَحمَدُ ٢٥ جُنيهًا فَإِنَّ :

نِسبةَ مَا يَمتلكُهُ خَالدٌ إِلَى مَا يَمتلكه أَحمَدُ هِى $\frac{١٥}{٢٥} = \frac{٣}{٥}$ أَوْ ٣ : ٥

نِسبةُ مَا يَمتلكُهُ أحمدُ إِلَى مَا يَمتلِكهُ خَالدٌ هِى $\frac{....}{....} = \frac{....}{....}$ أَوْ .... : ....

تدريب (٢) أكمل : عندما نقارن بين مساحتى المربع والمستطيل بالشكل التالى فإن :

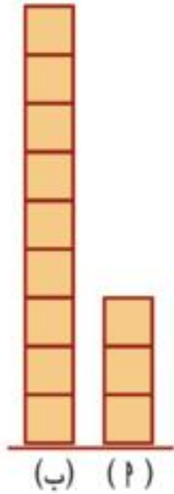
$$\frac{\text{مساحة المربع}}{\text{مساحة المستطيل}} = \frac{٤}{١٢} = \frac{.....}{.....}$$ أو ..... : .....





تذكر أن :
مساحة المربع = طول الضلع × نفسه
مساحة المستطيل = الطول × العرض

تدريب (٣) أكمل : عندما نقارن بين عدد المربعات بالعمود (أ) وعدد المربعات بالعمود (ب) فإن النسبة بينهما هى :



أ) $$\frac{\text{عدد المربعات بالعمود (أ)}}{\text{عدد المربعات بالعمود (ب)}} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$$ أو (١ : ٣)

ب) $$\frac{\text{عدد المربعات بالعمود (ب)}}{\text{عدد المربعات بالعمود (أ)}} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$$ أو (............)

تدريب (٤)

عبر عن النسبة فى كل حالة من الحالات التالية بطريقتين :

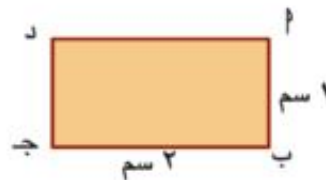


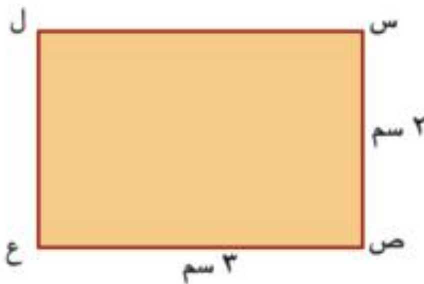
(أ) النسبة بين طولى $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$

(ب) النسبة بين عمرى نبيل وخالد

حيث : عمر نبيل = ٤٠ عامًا ، عمر خالد = ٢٥ عامًا

(جـ) النسبة بين مساحتى المستطيلين أ ب جـ د ، س ص ع ل





٢ خَوَاصُّ النِّسْبَةِ

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟
من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- النسبة لها نفس خواص الكسر العادى من حيث : (الاختصار والتبسيط والمقارنة)
- حدى النسبة عددين صحيحين
- وحدات حدى النسبة من نفس النوع .
- النسبة بَيْنَ مقدارين من نفس النوع لا تمييز لها

المفاهيم الرياضية
- حدى النسبة .
- الاختصار ، التبسيط ، المقارنة .
- وحدات القياس .

شَارِكْ وَنَاقِشْ :

خَاصِّية (١) :

النِّسْبَة لَهَا نَفسُ خَواصِّ الكَسْرِ الاعتيادى مِنْ حَيْثُ الاخْتِصَارُ والتَّبسِيطُ والمُقَارَنَةُ :

مِثَالُ (١):

ادَّخَرَ عُمرُ ٣٢ جُنَيهًا ، وَادَّخَرَ خَالدٌ ٤٨ جُنَيهًا . أوجِدِ النِّسْبَةَ بَيْنَ مَا ادَّخرهُ عُمرُ إلَى مَا ادَّخرهُ خَالدٌ :

الحَلُّ :

$$\frac{\text{ما ادخره عمر}}{\text{ما ادخره خالد}} = \frac{٣٢}{٤٨} = \frac{٨}{١٢} = \frac{٢}{٣}$$

أو ٢ : ٣ .

لَاحظْ :تَمَّ قسمَةُ حَدَّى النِّسْبَةِ عَلَى ٤ ثُمَّ عَلَى ٤ (التَّبْسِيْط)

مِثَالُ (٢) : أَوجِدِ النِّسْبَةَ بَيْنَ الكَسْرَين $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٥}{٦}$:

الحَلُّ :

$$\frac{٣}{٤} : \frac{٥}{٦} = \frac{٣}{٤} \div \frac{٥}{٦} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٦}{٥} = \frac{٩}{١٠}$$ أو ٩ : ١٠ (الاخْتِصَار)

وَبِالمِثل :

$$٦,٤ : ١٦ = \frac{٦٤}{١٠} : \frac{١٦}{١} = \frac{٦٤}{١٠} \div \frac{١٦}{١} = \frac{٦٤}{١٠} \times \frac{١}{١٦}$$

$$= \frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$$ أو ٢ : ٥ (الاخْتِصَار والتَّبسِيْط)

مثال (٣): قَارِنْ بَيْنَ النِّسْبَتَينِ $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٧}$ باستخدام (< أو>) .

الحلُّ : تعد المقارنة بين نسبتين كالمقارنة بين كسرين :

نَظَرًا لِعَدمِ وُجُودِ اخْتِصَارٍ أَوْ تَبسِيطٍ لِذَا نُوجِدُ م.م. أ لِلمَقَامَاتِ وهو ٣٥ .

فَتُصبِحُ النِّسْبَتَانِ هُمَا $\frac{٢١}{٣٥}$، $\frac{٢٠}{٣٥}$

وَحَيْثُ إنَّ $\frac{٢١}{٣٥} > \frac{٢٠}{٣٥}$ مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ النِّسْبَةَ الأُولَى أَكْبَرُ مِنَ النِّسْبَةِ الثَّانيةِ ، أَىْ أَنَّ : $\frac{٣}{٥} > \frac{٤}{٧}$

تَدْرِيبُ (١) (أ) اكْتُبْ النِّسْبَةَ بَيْنَ العَدَدَيْنِ : ٢٥ ، ٧٥ .

(ب) قَارِنْ بَيْنَ النسبتين $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٣}{٤}$.

خَاصِّيةُ (٢) : حَدَّا النِّسْبَةِ يَجِبُ أَنْ يَكُونَا عَدَدَينِ صَحِيحَيْنِ :

مِنَ المِثَالَيْنِ السَّابِقَيْنِ بِالخَاصِّيةِ الأُولَى كَانَتِ النَّوَاتِجُ النِّهائِيَّةُ عَلَى التَّرْتِيبِ هِىَ :

٢ : ٣ ، ٩ : ١٠ ، ٢ : ٥ أى أن جميع حدود النسب أعداد صحيحة .

خَاصِّيةُ (٣) : عِنْدَ مُقَارَنَةِ كميَّتينِ لِتَكوينِ نِسْبَةٍ بَينَهُمَا يَجِبُ أَنْ تَكونَ وَحْداتُ قِيَاسِهِمَا مِنْ نَفْسِ النَّوعِ .

فمثلاً :

عِنْدَ المقَارَنةِ بَيْنَ طُولَيْنِ هُمَا : ١٦٠ سَنتيمترًا ، ٢ مترًا يَجِبُ أولًا تَحويلُهُمَا إِلَى نَفسِ وَحْداتِ الطُّولِ بِطَرِيقَتَينِ :

الأُولَى : نُحوِّلُ ٢ مِترًا إلى ٢٠٠ سَنتيمترًا ثُمَّ نَسْتَخْدِمُ خَاصِّيةَ التَّبسِيطِ والاخْتِصَارِ تُصْبحُ النِّسْبَةُ بَينهُمَا هِىَ : $\frac{١٦٠}{٢٠٠} = \frac{٤}{٥}$ أو (٤ : ٥).

الثَّانيةُ : نُحوِّلُ ١٦٠ سَنتيمترًا إِلَى أَمتارٍ فَتُصبِحُ $\frac{١٦٠}{١٠٠} = \frac{١٦}{١٠}$ مترًا ثُمَّ نَسْتَخدِمُ خَاصِّيةَ التَّبسِيطِ والاخْتِصَارِ لِتُصْبِحَ النِّسْبَةُ بَينَهُمَا هِىَ :

$\frac{١٦}{١٠} \div ٢ = \frac{١٦}{١٠} \div \frac{٢}{١} = \frac{١٦}{١٠} \times \frac{١}{٢} = \frac{٤}{٥}$ أو (٤ : ٥).

مثال (٤) : أوجد النسبة بَيْنَ $\frac{١}{٢}$ كِيلُوجرام ، ٧٠٠ جرام ثم قَارِنْ بينهما باستخدام (< أو >) .

الحَلُّ : التَّحوِيلُ إلَى نَفْسِ وَحْدَاتِ الوَزْنِ بِطَرِيقَتَين :

الأُولَى : نُحَوِّلُ $\frac{١}{٢}$ كِيلُوجرام إلَى ٥٠٠ جرَام وَتُصْبِحُ النِّسْبَةُ بَينَهُمَا هِيَ :

$\frac{٥٠٠}{٧٠٠} = \frac{٥}{٧}$ أو (٥ : ٧) .

الثَّانِيَةُ : نُحَوِّلُ ٧٠٠ جرام إلَى كِيلُوجرام فيكون $\frac{٧٠٠}{١٠٠٠} = \frac{٧}{١٠}$ كِيلُوجرام .

وَتُصْبِحُ النِّسْبَةُ بَينَهُمَا هِيَ : $\frac{١}{٢} \div \frac{٧}{١٠} = \frac{١}{٢} \times \frac{١٠}{٧} = \frac{١٠}{١٤} = \frac{٥}{٧}$ أَوْ (٥ : ٧)

أى أن $\frac{١}{٢}$ كيلو جرام < ٧٠٠ جرام .

تَدْرِيبٌ (٢) قَارِنْ بَيْنَ ٢٧ شَهْرًا ، ٣ سَنَواتٍ ثم أوجد النِّسْبَةَ بَينَهُمَا .

تَدْرِيبٌ (٣) قَارِنْ بَيْنَ ٢ قيراط و ١٨ سهمًا ثم أوجد النِّسْبَةَ بَينَهُمَا .

الفدان = ٢٤ قيراطًا.
القيراط = ٢٤ سهمًا.

خَاصِّيَةُ (٤): النِّسْبَةُ بَيْنَ مِقدارَين مِنْ نَفْسِ النَّوعِ، عدد ليس له وحدة (أي لا تمييزَ لَهَا)

لَعلَّكَ لَاحَظتَ مِنْ خِلَالِ الخَاصِّيةِ السَّابِقَةِ وَبَعدَ تَحوِيلِ الكَمِّيَتين لِنَفْسِ الوَحْدَاتِ ؛ أَنَّ النِّسْبَةَ فِي الحَالَةِ الأُولَى بَيْنَ وَحْدَاتِ الطُّولِ إمَّا بِالسَّنْتِيمتر أَوْ بِالمِتْرِ ، وَفِي الحَالَةِ الثَّانِيَةِ بَيْنَ وَحْدَاتِ الوَزْنِ إمَّا بِالجرامِ ، أو بِالكِيلُوجرامِ ، وَلِذَلِكَ لَا تَمييزَ لِلنِّسْبَةِ فِي أَيٍّ مِنْهُمَا لِأَنَّهُمَا مِنْ نَفْسِ النَّوعِ.

تَدْرِيبٌ (٤) المَسَافَةُ بَيْنَ مَنْزِلِ حُسَامٍ وَالنَّادِي الرِّيَاضِي المُشْتَرِكِ فِيهِ ٢٥٠ مِترًا،وَبَيْنَ مَنْزِلِهِ وَمَدرسته ٠٫٤ كِيلُومترًا، فَمَا النِّسْبَةُ بَيْنَ المسَافتَين ؟

تَدْرِيبٌ (٥) فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ : مُسْتَطِيلٌ طُولُه ٢ مترًا ، وَعَرضُهُ ١٢٠ سَنتيمترًا ، احْسِبِ : النِّسْبَةَ بَيْنَ عَرْضِ المُستطيلِ وَطولِهِ ، و النِّسْبَةَ بَيْنَ طُولِ المُستطيلِ وَمُحيطِهِ .

٢ متر

١٢٠ سم

٣ تَدْرِيبَاتٌ مُتَنَوِّعَةٌ عَلَى النِّسْبَةِ وَخَواصِّهَا

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- حساب كمية بمعرفة كمية أخرى والنسبة بَيْنَ الكميتين.
- تقسيم كمية معروفة إلى كميتين بمعرفة النسبة بينهما.

المفاهيم الرياضية

- الكمية المعروفة
- الكمية غير المعروفة .
- النسبة بَيْنَ كميتين ..

مقدمة :

أَحْيانًا نَحتَاجُ إلَى حِسَابِ كَمِّيَةٍ غيرِ مَعرُوفَةٍ بِمَعرِفَةِ الكَمِّيَةِ الأُخْرَى وَالنِّسْبَةِ بَيْنَ الكَمِّيتَينِ . وَأحيَانًا نَحتاجُ إلَى تَقسِيمِ كَمِّيَةٍ مَعرُوفَةٍ إِلَى كَمِّيتَينِ بِمَعرفَةِ النِّسْبَةِ بَيْنَهُمَا.

مَلْحُوظَة :

الكَمِّيةُ المَعرُوفَةُ : كمية محددة مِثْلَ : وَزْنِ شَخْصٍ أَوْ سعرِ سِلعَةٍ أَوْ مِسَاحةِ قطعَةِ أَرْضٍ أَوْ عَددِ تَلاميذِ مَدرسَةٍ أَوْ ..... إلخ .

الكَمِّيةُ غَيرُ المَعْروفَةِ : كمية غير محددة كميًا مثل: الحاجة إلى تحديد وَزنِ شَخْصٍ مَا أَوْ سعرِ سِلعَةٍ مِنَ السِّلَعِ أَوْ تحديد عَددِ البَنِينَ والبَناتِ فِي مَدرسَةٍ أو ... إلخ.

لَاحِظْ وَفَكِّرْ مِنْ خِلالِ الأَمْثِلَةِ التَّالِيةِ :

مِثَالُ (١) :

إذَا كَانَتِ النِّسْبَةُ بَيْنَ وَزنِ هَانِى وَوزنِ أَحمَدَ هِىَ ٥ : ٦ ، وَكَانَ وَزْنُ أَحمدَ ٦٠ كِيلوجِرام ، احْسبْ وَزْنَ هَانِى ؟

الحَلُّ : يُمْكِنُ الحَلُّ بِاستِخدَامِ فِكْرةِ (قِيمَةِ الجُزءِ) عَلَى النَّحوِ التَّالِى :

$$\frac{\text{وزن هاني}}{\text{وزن أحمد}} = \frac{٥}{٦}$$

مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ (٦ أَجْزاءٍ مُتساوِيَةٍ) تُعَادِلُ (٦٠ كِيلُوجرامًا) وَهُوَ وَزْنُ أَحْمدَ .

وَهَذَا يَعْنِى أَنَّ قِيمةَ الجُزءِ الوَاحِدِ = ٦٠ ÷ ٦ = ١٠ كِيلُوجِرام .

بِذَلِكَ يَكُونُ وَزنُ هَانِى = ١٠ × ٥ = ٥٠ كِيلُوجرام .

∵ $\frac{\text{وزن هاني}}{\text{وزن أحمد}} = \frac{٥}{٦}$

مَعْنَى ذَلك أَنَّ وَزْنَ هَانِى = $\frac{٥}{٦}$ وَزْنَ أَحْمَدَ .

بِذَلِك يَكُونُ وَزْنُ هَانِى = $\frac{٥}{٦}$ × ٦٠ = ٥ × ١٠ = ٥٠ كِيلُوجِرامًا.



التَّحَقُّقُ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ : يُمْكِنكَ التَّحقق مِنْ الحَلِّ عَلَى النَّحوِ التَّالِى :

وَزْن هَانِى : وَزْنُ أَحْمَدَ

٥٠ : ٦٠ (خَاصِّيةُ التَّبسِيط : بِالقِسمَة ÷ ١٠)

٥ : ٦ (وَهِىَ النِّسْبَةُ المُعْطَاةُ بِرَأسِ المَسْأَلة)

مِثالُ (٢) :

مَدرَسةٌ ابْتِدائيَّةٌ عَدَدُ تَلَامِيذِهَا ٥٤٠ تِلْمِيذًا ، فَإِذَا كَانَتْ نِسْبَةُ عَدَدِ البَنِينَ إِلَى عَدَدِ البَنَاتِ هِىَ ٤ : ٥، احْسبْ عَدَدَ كُلٍّ مِنَ البَنِينَ وَالبَنَاتِ ؟

الحَلُّ :

$\frac{\text{عدد البنين}}{\text{عدد البنات}} = \frac{٤}{٥}$

بِاسْتِخدام فِكرَة (مَجمُوعِ الأَجزَاءِ) يَكونُ :

مَجمُوع الأَجْزَاءِ = ٤ + ٥ = ٩ أَجزَاء .

مَعنَى ذَلِك أَنَّ (٥٤٠ تِلْمِيذًا) تُعادِلُ (٩ أَجزَاءٍ مُتساوِيَةٍ)

أَىْ أَنَّ قِيمَةَ الجُزءِ الوَاحِدِ = ٥٤٠ ÷ ٩ = ٦٠ تِلْمِيذًا .

أَىْ أَنَّ عَدَدَ البَنِينَ = ٤ × ٦٠ = ٢٤٠ تِلْمِيذًا .

عَددُ البَنَاتِ = ٥ × ٦٠ = ٣٠٠ تلميذة .



التَّحَقُّقُ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ : يُمْكِنكَ التَّحققُ مِنَ الحَلِّ عَلَى النَّحوِ التَّالِى :

عددُ البنين : عددُ البَنَات

٢٤٠ : ٣٠٠ (خَاصِّيةُ التَّبْسِيطِ : بِالْقِسْمَةِ ÷ ١٠)

٢٤ : ٣٠ (خَاصِّيةُ التَّبْسِيطِ : بِالْقِسْمَةِ ÷ ٦)

٤ : ٥ (وَهِى النِّسْبَةُ المُعطَاةُ بِرَأْسِ المَسْأَلَةِ)

مِثَالُ (٣) :

قِطعَةُ أرضٍ مُستَطيلةُ الشَّكلِ نِسبَةُ طولِهَا إِلَى عَرْضِهَا ٩ : ٧ ،
فَإِذَا كَانَ الفَرقُ بَيْنَ الطُّولِ والعَرْضِ ١٨ مترًا ،
احْسِبْ طُولَهَا وَعَرضَهَا وَمُحيطَهَا ؟

الحَلُّ :

لاحِظْ أَنَّ نِسبَةَ الطُّولِ إِلَى العَرْضِ (٩ : ٧) وَهَذَا يَعْنِى أَنَّ الطُّولَ يَنْقَسِمُ إِلَى تِسعَةِ أَجزاءٍ مُتساوِيَةٍ، وَالعَرضَ يَنقسمُ إِلَى سَبعةِ أجزاءٍ مُتساوية .

وَيكُونُ الفَرْقُ بَيْنَ عَددِ أَجزاءِ الطُّولِ وَعددِ أَجزاءِ العَرْضِ = ٩ − ٧ = ٢ جُزْء .

أَىْ أَنَّ : ٢ جُزْء تُعادِلُ ١٨ مترًا .

أَىْ أَنَّ : قيمَةَ الجُزءِ الوَاحدِ = ١٨ ÷ ٢ = ٩ مترًا .

أَىْ أَنَّ : طُولَ قِطعَةِ الأَرضِ المُسْتطيلَةِ = ٩ × ٩ = ٨١ مترًا .

عَرضَ قِطعَةِ الأَرضِ المسْتطيلة = ٩ × ٧ = ٦٣ مترًا .

وَيَكُونُ مُحيطُ القِطعَةِ المستطيلة = (الطول + العرض) × ٢

= (٨١ + ٦٣) × ٢

= ١٤٤ × ٢ = ٢٨٨ مترًا .



يُمْكِنكَ التَّحققُ مِنَ الحَلِّ عَلَى النَّحوِ التَّالِى :

طُولُ القِطْعَةِ : عَرضُ القِطعَةِ

٨١ : ٦٣ (خَاصِّيةُ التَّبْسِيطِ بِالقِسْمَةِ عَلَى ٩)

٩ : ٧ (وَهِىَ النِّسْبَةُ المُعْطَاةُ بِرَأْسِ المَسْأَلَةِ)

وَالفَرقُ بَيْنَ الطُّولِ والعَرْضِ = ٨١ − ٦٣ = ١٨ مترًا .



تدريب عمارتان بإحدى المدن السكنية النسبة بين ارتفاعيهما ٤ : ٧ ، فإذا كان الفرق بين ارتفاعيهما هو ٩ أمتار.

أوجد ارتفاع كل من العمارتين ؟

مثال (٤) قطعتان من السلك النسبة بين طوليهما ٥ : ٩ .

فإذا كان مجموع طوليهما هو ١٢٦ مترا .

احسب طول كل قطعة منهما؟



الحل

القطعة الأولى	:	القطعة الثانية	:	المجموع
٥	:	٩	:	١٤
س	:	ص	:	١٢٦ مترا

طول القطعة الأولى (س) = $\frac{١٢٦ \times ٥}{١٤}$ = ٤٥مترا

طول القطعة الثانية (ص) = $\frac{١٢٦ \times ٩}{١٤}$ = ٨١ مترا

٤ النِّسْبَةُ بَيْنَ ثلاثةِ أعْدَادٍ

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟
من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- إيجاد النسبة بَيْنَ ثلاثة أعداد.
- حل تطبيقات متنوعة باستخدام النسبة بَيْنَ ثلاثة أعداد.

المفاهيم الرياضية
- النسبة بين ثلاثة اعداد.

لَاحِظْ وَفَكِّر:

إِذَا ادَّخَرَ عَادِلُ ، أَحْمدُ ، هَانِى ثَلاثَةَ مَبَالِغَ مَالِيةً هِىَ : ١٨٠ ، ١٤٤ ، ١٠٨ جُنَيهًا عَلَى التَّرتِيْبِ . فَإِنَّهُ يُمْكِنُ حِسَابُ النِّسْبَةِ بَيْنَ مَا ادَّخَرَهُ عَادِلُ وَأَحْمَدُ وَهَانِى كَمَا يَلِى :

مَا ادَّخَرَهُ عَادِلُ : مَا ادَّخَرهُ أَحْمَدُ : مَا ادَّخَرَهُ هَانى

١٨٠ : ١٤٤ : ١٠٨ (بِالقِسْمَةِ عَلَى ١٢)

١٥ : ١٢ : ٩ (بِالقِسْمَةِ عَلَى ٣)

٥ : ٤ : ٣

مِثَالُ (١): أُسْرَةٌ مِنْ ثَلَاثَةِ أَفْرَادٍ ، إِذَا كَانَ طُولَ الأَبِ ١,٨ مترًا ، طُولَ الأُمِّ ١,٦ مِترًا ، طُولُ الابْنِ ١,٢ مترًا .



احْسِبْ النِّسْبَةَ بَيْنَ الأَطْوَالِ الثَّلَاثَةِ ؟

الحَلُّ :

طُولُ الأَبِ : طُولُ الأُمِّ : طُولُ الابْنِ

١,٨ : ١,٦ : ١,٢ (بِالضَّرْبِ فِى ١٠)

١٨ : ١٦ : ١٢ (بِالقِسْمَةِ عَلَى ٢)

٩ : ٨ : ٦

مِثَالُ (٢): مُثَلَّثُ أ ب جـ فيه أ ب : ب جـ : جـ أ = ٣ : ٥ : ٧

فَإِذَا كَانَ الفَرْقُ بَيْنَ طُولَى $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ هو ٤سم ، فَأَوجِدْ أَطوَالَ أَضْلَاعِ المُثَلَّثِ وَمُحِيْطِه ؟

الحَلُّ :

النِّسْبَةُ بَيْنَ أَطوالِ الأَضْلاعِ الثَّلاثَةِ هِىَ ٣ : ٥ : ٧ ، وَهَذَا يَعنِى أَنَّ $\overline{\text{أ ب}}$ قُسِّمت إِلَى ثَلَاثَةِ أَجْزَاءِ

مُتساوِيةٍ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ قُسِّمت إِلَى خمسةِ أجزاءٍ مُتساوِيَة ، $\overline{\text{جـ أ}}$ قُسِّمَت إِلَى سَبعَةِ أجزاءٍ مُتساوِية ، وَكُلُّ الأَجْزاءِ مِنْ نَفْسِ النَّوعِ .

الفَرْقُ بَيْنَ طُولِ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ = ٥ − ٣ = ٢ جُزْء

مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ ٢ جُزء تُعادِلُ ٤ سم

أَيْ أَنَّ قيمَةَ الجُزء = ٤ ÷ ٢ = ٢ سم

وَيكُون طُولُ $\overline{\text{أ ب}}$ = ٢ × ٣ = ٦ سم وَطُولُ $\overline{\text{ب جـ}}$ = ٢ × ٥ = ١٠ سم

وَطُولُ $\overline{\text{جـ أ}}$ = ٢ × ٧ = ١٤ سم

وَحَيْثُ إنَّ مُحيطَ المثلَّث = مَجمُوعُ أَطوالِ أَضْلَاعِه

إِذَنْ مُحيطُ المثَلَّثِ = ٦ + ١٠ + ١٤ = ٣٠ سم



التَّحَقُّقُ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ :

أ ب : ب جـ : جـ أ

٦ : ١٠ : ١٤ (بالقِسْمَةِ عَلَى ٢)

٣ : ٥ : ٧ (وَهِي النِّسْبَةُ المُعْطَاةُ بِالمِثالِ)

مِثَال (٣) : ثَلاثَةُ أَعْدَادٍ أ ، ب ، جـ ، إِذَا كَانَتْ النِّسْبَةَ أ : ب = ٤ : ٣ ، والنِّسْبَةُ ب : جـ = ٢ : ٣ ، فَأَوجِدِ النِّسْبَةَ بَيْنَ الأَعْدَادِ أ ، ب ، جـ ؟

الحَلُّ :

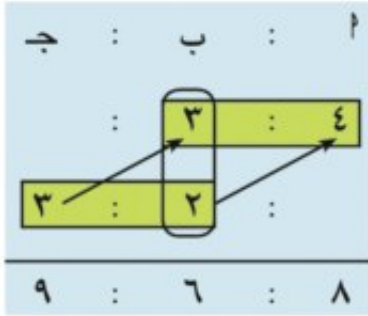
$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٤}{٣}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{ب}} = \frac{٣}{٢}$

فيكون $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٤\times٢}{٣\times٢} = \frac{٨}{٦}$

، $\frac{\text{جـ}}{\text{ب}} = \frac{٣\times٣}{٢\times٣} = \frac{٩}{٦}$

إذن : أ : ب : جـ = ٨ : ٦ : ٩

حَلٌّ آخرُ : (باستخدام م . م . أ) من خلال الشَّكْلِ المقابلِ :



لاحِظْ أنَّ (م . م . أ) لكُلٍّ مِنَ العددين ٣ ، ٢ هُوَ ٦

مَعْنَى ذلك أنَّ تالى النِّسْبَةِ الأولى وهو ٣ ضرب × ٢ فأصبح ٦

لذلك نضربُ مُقدَّمَ النِّسْبَةِ الأولى وهو ٤ × ٢ ليكون ٨

أيضًا مُقدَّم النِّسْبَةِ الثَّانية وهو ٢ ضرب × ٣ فأصبح ٦

لذلك نَضْربُ تالى النِّسْبَةِ الثَّانيَةِ وهو ٣ × ٣ فيكون ٩

وتُصْبحُ النِّسَبُ الثَّلاثُ هِىَ : ٨ : ٦ : ٩

مِثال (٤) : إذا كانَتِ النِّسْبَةُ بَيْنَ نَصيبِ هَانِى إِلَى نَصيبِ شَريفٍ إلَى نَصيبِ خَالِدٍ هِىَ ٣ : ٥ : ٧ ، وَكانَ نَصيبُ هَانِى هُوَ ٢٤ جُنيهًا ، فاحْسِبْ نَصِيْبَ كُلًّا مِنْ شَريفٍ وَخالدْ .

الحَلُّ :



نَصيبُ هَانِى = ٢٤ جُنيهًا . يُعَادِلُها ثَلاثَةُ أجْزَاءٍ مُتساوِيَةٍ

أىْ أنَّ قِيمَةَ الجُزْءِ = $\frac{٢٤}{٣}$ = ٨ جُنَيْهَاتٍ .

فيَكُونُ نَصيبُ شَريفٍ = ٥ × ٨ = ٤٠ جُنيهًا .

وَيكُونُ نَصِيْبُ خَالِدٍ = ٧ × ٨ = ٥٦ جُنيهًا .

تَدْريبٌ أوجِدِ النِّسْبَةَ بَيْنَ أطْوالِ كُلٍّ مِنْ سَحَر وَنُهَى وَعُلا ، إذَا كَانَ :

طُولُ سَحَر : طُولُ نُهَى = ٢ : ٣

طُولُ نُهَى : طُولُ عُلَا = ٦ : ٥

الفصل الدراسى الأول- مطابع روزاليوسف

٥ تَطْبِيقَاتٌ عَلَى النِّسْبَةِ
المُعَدَّل

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟
من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- معنى المعدل .
- التعبير عن المعدل .
- الوحدة المعبرة عن المعدل .
- حل تطبيقات متنوعة على المعدل .

لَاحِظْ وفَكِّر:

أَقَامَ نَبِيلُ حَفلَ عِيدِ مِيلَادٍ وَدَعَا ٦ أَصْدِقَاءَ لَهُ ، وَقَامَ بِتَوزِيعِ ١٢ قِطْعَةَ جَاتُوه عَلَى سِتَّةِ أَطْبَاقٍ بِوَاقِعِ قِطْعَتَينِ لِكُلِّ طَبَقٍ كَمَا بِالشَّكْلِ المُقَابِلِ



نِسْبَةُ ١٢ قِطْعَةِ جَاتُوه إِلَى سِتَّةِ أَطبَاقٍ تُكْتَبُ $\frac{١٢}{٦}$ = ٢ قِطْعَة لِكُلِّ طَبَقٍ.

نَشَاطٌ

إذَا قَطعتْ سَيَّارةٌ مَسَافَةَ ١٨٠ كِيلُومترًا فِى ثَلَاثِ سَاعَاتٍ فَإِنَّ سُرْعَةَ هَذِهِ السَّيَارَةِ هِيَ $\frac{\text{١٨٠ كيلومتر}}{\text{٣ ساعات}}$ = ٦٠ كِيلُومتر لِكُلِّ سَاعة

أَيْ أَنَّهَا تَسِيرُ بِسُرْعَةِ ٦٠ كِيلُومتر فِى السَّاعَةِ (وَهُوَ مَا يُسَمَّى بِالمعَدَّلِ)

تُسَمَّى النِّسْبَةُ (٦٠ كِيلُومتر لِكُلِّ سَاعَةٍ) مُعَدَّل المسَافَةِ المقْطُوعَةِ في السَّاعَةِ وَتُكْتَبُ (٦٠ كم / ساعة)



مِمَّا سبقَ نستنتجُ أنَّ :

المعدَّلُ هو : النِّسبةُ بينَ كميتينِ من نوعينِ مُختلفينِ ، وللمُعدَّلِ وحدةٌ هي عدد وحدات الكمية الأُولى لكُلِّ وحدةٍ منَ الكمية الثَّانية .

تدريب أكمِل الفراغاتِ في الجدْولِ التَّالي بكِتابةِ المعدَّلِ المناسبِ أمامَ كُلِّ عبارةٍ كما بالمثالِ:

العبارَةُ	المعدَّلُ	
	رمزيًّا	لفظيًّا
تقطعُ سيَّارةٌ مسافةَ ٢٤٠ كيلومترًا في ٣ ساعاتٍ	٢٤٠ / ٣ = ٨٠ كم/ساعة	٨٠ كيلومتر لكُلِّ ساعةٍ
تصرفُ أسرةٌ مبلغ ٣٥٠ جُنيهًا في ٧ أيَّامٍ	٣٥٠/٧ = ٥٠جنيه/يوم	..... جُنيه لكُلِّ يوم
تكتُبُ سكرتيرةٌ بمكتب ٣٢٠ سطرًا خلال ٤ ساعاتٍ	....	..... سطرٌ لكُلِّ ساعةٍ
تصُبُّ حنفيَّةُ مياه ٣٦٠ لترًا في السَّاعةِ	....	..... لتر لكُلِّ دقيقةٍ
يبيعُ جزَّارٌ ١٠٨ كيلوجرامًا منَ اللَّحم خلال ٩ ساعاتٍ	....	....

مثال يُجهِّزُ صاحبُ مطعمٍ ٨٠ وجبةَ غداءٍ جميعُها منْ نفْسِ النَّوعِ ، باستخدامِ ٢٠ كيلوجرامًا منَ اللَّحمِ ، فما هُوَ مُعدَّلُ كميَّةِ اللَّحمِ اللَّازمةِ لإعدادِ الوجْبةِ الواحدةِ ، وما مُعدَّلُ كميةِ اللَّحمِ اللَّازمةِ لإعدادِ أربعِ وجباتٍ ؟



الحل

كمية اللحم اللازمة لإعداد الوجبة الواحدة

$$= \frac{\text{٢٠ كيلوجوام من اللحم}}{\text{٨٠ وجبة غذاء}} = \frac{١}{٤} \text{ كجم/وجبة}$$

معدل كمية اللحم اللازمة لإعداد ٤ وجبات

$$= \frac{١ \times ٤}{٤} = \text{١ كجم/٤ وجبات}$$

الوحدة الثانية

التناسب

الدرس الأول : معنى التناسب.

الدرس الثانى : خواص التناسب .

الدرس الثالث : مقياس الرسم .

الدرس الرابع : التقسيم التناسبى .

الدرس الخامس : حساب المائة .

الدرس السادس : تطبيقات على حساب المائة .

١ مَعنَى التَّناسُبِ

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟
من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- معنى التناسب .
- كتابة بعض صور التناسب .

المفاهيم الرياضية
- التناسب

فَكِّرْ وَنَاقِشْ



إذَا كَانَ سِعْرُ علبَةِ العَصِيرِ ٢ جُنَيه بأَحَدِ المَحَلَّاتِ التِّجاريَّة ، فَكَم يَكُونُ ثَمنُ شِراء علبَتَين ، ثَلاث علَب ، أَربَع علَب ...... ؟

الجَدولُ التَّالِي يُوضحُ عَددَ العلبِ وَعددَ الجُنيهاتِ المدفُوعَة فِي كُلِّ حَالَة :

عدد علب العصير	١	٢	٣	٤	٥	......
الثمن بالجنيه	٢	٤	٦	٨	١٠	......

(× ٢) ، (÷ ٢)

يَتَّضِحُ مِنَ الجَدوَلِ أَنَّ :

أَولًا : عَددُ الجُنيهَات فِي كُلِّ حَالةٍ يَنتُجُ مِنْ ضَربِ عَددِ علَبِ العَصِيرِ المُنَاظِرِ لَهُ × ٢

فَفِي الحَالَةِ الأُولَى عَددُ العلَبِ وَاحدٌ فَيكونُ عَدد الجُنيهات ١ × ٢ = ٢

وَفِي الحَالَةِ الثَّانية ٢ × ٢ = ٤ ، وَفِي الحَالَة الثَّالثَة ٣×٢=٦ وَهَكَذَا

يُمكِنْ كِتابَةُ نِسبَةِ عَددِ الجُنيهات إلَى عَددِ علَبِ العَصِير فِي كُلِّ حَالة كَمَا يَلِي:

$$\frac{٢}{١} = \frac{٤}{٢} = \frac{٦}{٣} = \frac{٨}{٤} = \frac{١٠}{٥} = ... = ٢$$ (مقدار ثابت)

نَستنتِجُ أَنَّ النِّسبَ مُتَساوِيةٌ (هَذِهِ الصُّورةُ الرِّياضِيَّةُ تُسمَّى بِالتنَاسُبِ)

ثَانِيًا : عَددُ علبِ العَصيرِ فِي كُلِّ حَالةٍ يَنتجُ مِنْ قِسمَةِ عَددِ الجُنيهَاتِ المُناظِرَة لَهُ ÷ ٢ أو (ضربه فِي $\frac{١}{٢}$).

يُمكِنُ كِتابَةُ نِسَبِ عَددِ علَبِ العَصيرِ إلَى عَددِ الجُنيهَاتِ فِي كُلِّ حَالَة كَمَا يَلِي:

$$\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} = \frac{٣}{٦} = \frac{٤}{٨} = \frac{٥}{١٠} = ...$$ (مقدار ثابت)

نَستَنتِجُ أَنَّ النِّسبَ مُتسَاويةٌ (هَذِهِ الصُّورةُ أيضًا تُسَمَّى بالتَّناسُبِ)

– مِمَّا سَبَقَ يُمكِنُ تَعريفُ التَّناسُبِ كَمَا يَلِي :



التناسب هو تساوى نسبتين أو أكثر

تَدريبُ (١) إذَا كَانَ سِعرُ كيلُو التفاحِ هُوَ ٨ جُنيهَاتٍ فأكْمِل الجَدولَ التَّالي، وَاكتُبْ بَعضَ صُورِ التَّنَاسُبِ

بَعضُ صُورِ التَّناسُبِ هِيَ :

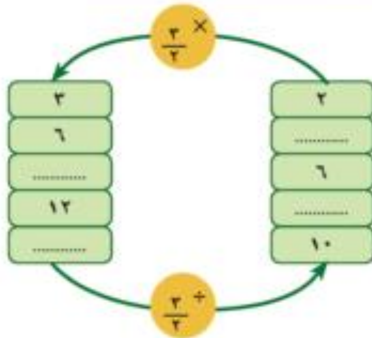
$\frac{....}{....} = \frac{....}{....} = \frac{....}{....} = \frac{....}{....}$

(× .... ، ÷ ....)

وزن التفاح بالكيلو	١	٢	٤	......	......	٨
الثمن بالجنيه	٨	......	......	٤٠	٤٨	......

مِثال (١) :

أَكمِلْ المخطط المقابل ، ثُمَّ اكتُبْ بَعضَ صُورِ التَّناسُبِ .



الحَلُّ :

لِحِسابِ العَددِ النَّاقِصِ بِالعَمودِ الثَّاني بِالصَّفينِ الثَّالِثِ والخَامِسِ نَضرِبُ العَددَ المُناظِرَ لِكُلٍّ منهَا بِالعَمودِ الأَولِ × $\frac{٣}{٢}$ فيكُونُ :

$٦ \times \frac{٣}{٢} = \frac{٦}{٢} \times ٣ = ٣ \times ٣ = ٩$ ، $١٠ \times \frac{٣}{٢} = \frac{١٠}{٢} \times ٣ = ٥ \times ٣ = ١٥$

وَلِحِسابِ العَددِ النَّاقِصِ بِالعَمودِ الأَولِ بِالصفَّينِ الثَّاني وَالرَّابِعِ نَقسِمُ العَددَ المناظِرَ لِكُلٍّ منهَا بِالعَمودِ الثَّاني ÷ $\frac{٣}{٢}$ أَيْ نَضْرِبُ × $\frac{٢}{٣}$ فيكُونُ :

$٦ \times \frac{٢}{٣} = \frac{٦}{٣} \times ٢ = ٢ \times ٢ = ٤$ ، $١٢ \times \frac{٢}{٣} = \frac{١٢}{٣} \times ٢ = ٤ \times ٢ = ٨$

بَعدَ إكمالِ المخطط يَكُونُ التناسُبُ هُوَ : $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦} = \frac{٦}{٩} = \frac{٨}{١٢} = \frac{١٠}{١٥}$

بَعضُ صُورِ التَّناسُبِ : $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$ ، $\frac{٢}{٣} = \frac{٦}{٩} = \frac{١٠}{١٥}$ ، $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦} = \frac{٨}{١٢}$

تدريب (٢) أكمِل جَدولَ التناسب المقابل ، ثُم اكْتُبْ بَعضَ صُورِ التَّناسُبِ :

٣	٦	......	١٥	......
٤	......	١٢	......	٢٨

(× ...)

مثال (٢) أكمل

أ) $\frac{٤}{٥} = \frac{٣٢}{...}$ ب) $\frac{٢}{٧} = \frac{...}{٤٩}$

جـ) $\frac{١٥}{٤٥} = \frac{٣٠}{...}$ د) $\frac{٢٧}{...} = \frac{٣}{...}$

الحل

أ) $\frac{٤}{٥} = \frac{٣٢}{٤٠}$ (×٨ ، ×٨) ب) $\frac{٢}{٧} = \frac{١٤}{٤٩}$ (×٧ ، ×٧)

جـ) $\frac{١٥}{٤٥} = \frac{٣٠}{٩٠}$ (×٢ ، ×٢) د) $\frac{٢٧}{١٨} = \frac{٣}{٢}$ (÷٩ ، ÷٩)

ملحوظة:

توجد حلول أخرى ، ناقش معلمك.

٢ خَواصُّ التَّناسُبِ

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- تحديد خواص التناسب .
- تحديد حدود التناسب .
- تحديد الطرفين والوسطين لأي تناسب
- إيجاد حد من حدود التناسب بمعرفة الحدود الأخرى .

المفاهيم الرياضية

- حدود التناسب .
- الطرفين .
- الوسطين .

لَاحِظْ وفكِّرْ : مِنْ خِلَالِ الشَّكلَينِ التَّالِيَين :

$\frac{٢}{٣} = \frac{٨}{١٢}$ $\frac{٢١}{٣٣} = \frac{٧}{١١}$



فِى الحَالَةِ الأُولَى يَتضِحُ أننا ضَربْنا حَدَّى النِّسبةِ $\frac{٢}{٣}$ فِى (٤) فَينتُجُ التَّناسُبُ $\frac{٢}{٣} = \frac{٨}{١٢}$ وَفِى الحَالة الثَّانيَة قَسَّمنَا حَدَّى النِّسبَة $\frac{٢١}{٣٣}$ عَلَى (٣) فَنتَجَ التَّناسُبُ $\frac{٢١}{٣٣} = \frac{٧}{١١}$

نَستَنْتِجُ مِمَّا سَبقَ الخَاصِّيةَ التَّاليَةَ :



يمكن تكوين تناسب بمعلومية نسبة واحدة كما يلى :
- ضرب حدى النسبة فى عدد لا يساوى صفرًا فإن النسبة الناتجة تساوى النسبة الأولى (تناسب)
- أيضًا عند قسمة حدى النسبة على عدد لا يساوى الصفر فإن النسبة الناتجة = النسبة الأولى (تناسب)

لَاحِظْ : مِنَ التَّناسُبِ فِى الحَالَةِ الأُولَى وَهُوَ : $\frac{٢}{٣} = \frac{٨}{١٢}$

الأَعدادُ ٢ ، ٣ ، ٨ ، ١٢ تُوصفُ بِأنَّها مُتنَاسِبَةٌ

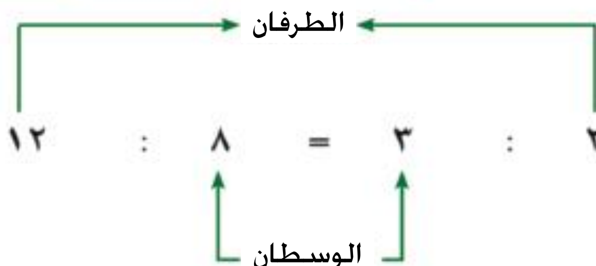
وَتُسمَّى حُدودَ التَّناسُبِ كما بالشكل المقابل :



وَيُسمَّى الحدَّان (٢ ، ١٢) بِالطَّرفَين ،

كَمَا يُسمَّى الحَدَّان (٣ ، ٨) بِالوَسَطين

كَمَا بالمخطط المقابل :



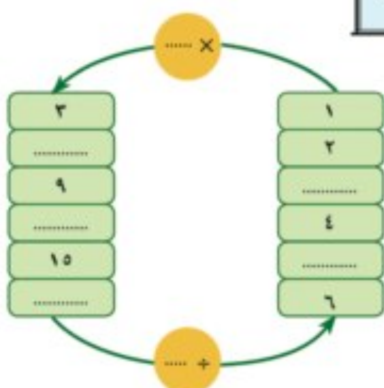


تَدْرِيبْ (١) لَاحِظْ وَأَكمِلْ الجَدوَلَ التَّالِى كَمَا بِالمِثَالِ :

التناسب	حدود التناسب	الطرفين	الوسطين
$\frac{١}{٤} = \frac{٧}{٢٨}$	١، ٤، ٧، ٢٨	١ ، ٢٨	٤ ، ٧
$\frac{٢}{٦} = \frac{٦}{١٨}$	٢، ..... ، ..... ،	٢ ،	٦ ، ....
$\frac{.....}{.....} = \frac{٢٠}{٢٨}$	٥، ٧ ، ..... ،	٥ ،	.... ، ....

تَدْرِيبْ (٢)

يَبيعُ صَاحِبُ مَكتَبةِ علبَةَ الألْوانِ بمبلَغ ٣ جنيهات ، أَكمِلْ جَدوَلَ المبِيعَاتِ المقابل وَاكْتُبْ بَعضَ صُورِ التَّنَاسُبِ :



التَّنَاسُبُ هُوَ: $\frac{....}{....} = \frac{....}{....} = \frac{....}{....} = \frac{....}{....} = \frac{....}{....}$

نشاط

فَكِّر واسْتَنتِج

التناسب					
$\frac{٣}{٥} = \frac{٩}{١٥}$		$\frac{٧}{٤} = \frac{٢٨}{١٦}$		$\frac{٢}{٣} = \frac{٢٤}{٣٦}$	
حاصل ضرب الطرفين	حاصل ضرب الوسطين	حاصل ضرب الطرفين	حاصل ضرب الوسطين	حاصل ضرب الطرفين	حاصل ضرب الوسطين
٣ × ١٥ = ٤٥	٥ × ٩ = ٤٥	٧ × ١٦ = ١١٢	٤ × ٢٨ = ١١٢	٢ × ٣٦ = ٧٢	٣ × ٢٤ = ٧٢

قَارِنْ بَينَ حَاصِلِ ضَربِ الطَّرفينِ وَحَاصِلِ ضَربِ الوَسطَينِ فى كُلِّ تَناسُبٍ ، وَمَاذا تَستَنتِجُ؟

لَعلَّكَ تَوصَّلتَ إِلَى اسْتِنتَاجِ الخَاصِّيةِ التَّالِيَةِ:

فِى حَالَةِ تَساوِى نِسبَتينِ فَإنَّ: حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

تَدْرِيبْ (٣) حَدِّد أَيًّا مِنَ أزواجِ النِّسبِ التَّالِية فى كل حالة تُمثِّلُ تَناسُبًا (اسْتَرشِدْ بِالحَالَةِ الأُولَى) :

١) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٦}{١٥}$ تُمثِّل تَناسُبًا لأَنَّ ٢ × ١٥ = ٣٠ ، ٥ × ٦ = ٣٠

أَىْ أَنَّ حَاصِلَ ضَربِ الطَّرفَينِ = حَاصِلَ ضَربِ الوَسَطينِ

الفصل الدراسى الأول- مطابع روزاليوسف

٢) $\frac{٦}{٧}$ ، $\frac{١٨}{٢١}$ .... لأَنَّ .... × .... = ... ، .... × .... = ...

أَىْ أَنَّ حَاصِلَ ضَربِ الطَّرفَين ..... حَاصِل ضَربِ الوَسَطين

٣) $\frac{٢٠}{٤٠}$ ، $\frac{٤}{٨}$ .... لأَنَّ .... × .... = ... ، .... × .... = ...

أَىْ أَنَّ حَاصِلَ ضَربِ الطَّرفَين..... حَاصِل ضَربِ الوَسَطين

مِثال (١) :أَوجِدْ الحَدَّ النَّاقِصَ وَالَّذِى رَمزُه (س) فِى التَّناسُبِ التَّالِى : $\frac{٢}{٦} = \frac{١٠}{س}$

الحَلُّ : يُمكِنُ التوصُّلُ إلَى الحَدِّ النَّاقِصِ (س) بِطَرِيقَتينِ عَلَى النَّحْوِ التَّالِى :

أولًا : بِاستخْدَامِ التَّنَاظُرِ بَينَ الأَعدادِ بِالصُّفوفِ أَوِ الأَعمدَةِ :

٢	١٠
٦	س

× ٣

أ) عَنْ طَرِيقِ : تناظر الأعداد بالصفوف

الصَّفُّ الأَولِ : ٢ ، ١٠

الصَّفُّ الثَّانِى : ٦ ، س

نُلاحِظ أَنَّ ٢ أَصبحَتْ ٦ أَىْ ضُرِبَتْ × (٣)

لِذَلِكَ يَتِمُّ ضَربُ ١٠× (٣) لِنحصُلَ عَلَى: س = ١٠ × ٣ = ٣٠ وَيُصبِحُ التناسُبُ هُوَ : $\frac{٢}{٦} = \frac{١٠}{٣٠}$

(ب) عَنْ طَرِيقِ : تناظر الأعداد بالأعمدة

العَمودُ الأَولُ : $\frac{٢}{٦}$ العَمودُ الثَّانِى : $\frac{١٠}{س}$

× ٥

٢	١٠
٦	س

نُلاحِظُ أَنَّ ٢ أَصبحَتْ ١٠ أَىْ ضُرِبتْ × (٥) ، لِذَلِكَ يَتِمُّ ضَربُ ٦× (٥)

لِنحصُلَ عَلَى س = ٦× ٥ = ٣٠ويُصبِحَ التناسُبُ هُوَ: $\frac{٢}{٦} = \frac{١٠}{٣٠}$

ثانيًا : بِاستخْدَامِ خَاصِّيةِ التَّناسُبِ وَهِي: (حَاصِلُ ضَربِ الطَّرفِين = حَاصِلَ ضَربِ الوَسطَين)

حَيثُ إنَّ : $\frac{٢}{٦} \times \frac{١٠}{س}$ يَنتُج أَنَّ : ٢ × س = ٦ × ١٠ (بِالقسمَةِ ÷ ٢ بِالطَّرفَينِ)

$\frac{٢ \times س}{٢} = \frac{٦ \times ١٠}{٢}$ يَنتُجُ أَنَّ س = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠

ويُصبِحُ التناسُبُ هو: $\frac{٢}{٦} = \frac{١٠}{٣٠}$

مثال (٢) : إذَا كانَتِ الأَعدادُ ٤ ، س ، ١٢ ، ١٨ مُتناسِبَةً ، فَأوجِدْ قِيمَةَ س .

الحَلُّ : حَيثُ أَنَّ الأَعدادَ مُتناسِبةٌ ، لِذَا يُمكِنُ وَضعَهَا عَلَى صُورةِ تَناسُبٍ هُوَ : $\frac{٤}{س} = \frac{١٢}{١٨}$

وَباستِخدَامِ خَاصِّيةِ التَّناسُبِ وَهِي : (حَاصِلُ ضَربِ الطَّرفَينِ = حَاصِلَ ضَربِ الوَسَطين)

يَنتُجُ أَنَّ : ١٢ × س = ١٨ × ٤ (بِالقِسْمَةِ ÷ ١٢)

$\frac{١٢ \times س}{١٢} = \frac{١٨ \times ٤}{١٢}$

يَنتُجُ أَنَّ س = $\frac{١٨}{٣}$ = ٦ وَيمكِنُ كِتابَةُ التَّناسُبِ بِالصُّورةِ التَّالِيةِ : $\frac{٤}{٦} = \frac{١٢}{١٨}$

مثال (٣) : فِي مَحَلٍّ لِبيعِ العَصِيرِ ، تَمَّ عَصرُ ٢ كِيلُوجرام مِنَ البُرتقَالِ لِتقديمِ ٦ أَكْوَابٍ مِنْ عَصِيرِ البُرتَقَالِ لِلزَّبائِنِ ، فَإذَا تَمَّ عَصْرُ ٥ كِيلُوجرامات مِنَ البُرتَقَالِ فَكَمْ كُوبًا يُمكِنُ تَقدِيمُهَا لِلزَّبائِنِ،وَكَمْ كِيلُوجرامات مِنَ البُرتُقَالِ تَلْزَمُ لِتقديمِ ٢٧ كُوبًا مِنَ العَصِيرِ لِلزَّبَائِنِ؟



الحَلُّ : مِثلُ هَذِهِ النَّوعِيةِ مِنَ المَسَائِلِ يُمكِنُ حَلُّهَا مِنْ خِلَالِ تَمثِيلِهَا بِجَدوَلٍ كَمَا يَلِي :

وزن البرتقال بالكيلوجرام	٢	٥	ص
عدد أكواب عصير البرتقال	٦	س	٢٧

أولًا : يُمكِنُ الحُصُولُ عَلَى قِيمَةِ س بِاعتِبَارِ أَنَّ ٢ ، ٦ ، ٥ ، س أَربعَةُ حُدودٍ مُتناسِبَة

فَيكُونُ التَّناسُبُ هُوَ :

$\frac{٢}{٦} = \frac{٥}{س}$ (من خاصية التناسب)

فَيكُونُ ٢ × س = ٥ × ٦ (بالقسمة ÷ ٢)

$\frac{٢ \times س}{٢} = \frac{٥ \times ٦}{٢}$ يَنتُجِ أَنَّ س = $\frac{٣٠}{٢}$ = ١٥ كوبًا .

وَيُمكِنُ كِتَابَةُ التنَاسُبِ بِالصُّورَةِ التَّالِيَةِ : $\frac{٢}{٦} = \frac{٥}{١٥}$

ثَانيًا : يُمكِنُ الحُصولُ عَلَى قِيمَةِ ص بِاعتِبَارِ أَنَّ ٢ ، ٦ ، ص ، ٢٧ أَربعَةُ حُدُودٍ مُتناسِبَةٍ فَيكُونُ التناسُبُ هُوَ :

$\frac{٢}{٦} = \frac{ص}{٢٧}$ (من خاصية التناسب)

فَيكُونُ ٦ × ص = ٢ × ٢٧ (بالقسمة ÷ ٦)

$\frac{٦ \times ص}{٦} = \frac{٢ \times ٢٧}{٦}$ يَنتُجُ أَنَّ ص = $\frac{٢ \times ٢٧}{٦}$ = ٩ كيلو جرامات من البرتقال.

وَيُمكِنُ كِتابَةُ التنَاسُبِ بِالصُّورَةِ التَّالِيةِ : $\frac{٢}{٦} = \frac{٩}{٢٧}$

مثال (٤)

أوجد قيمة العدد س فى كل حالة مما يلى :

أ) ٤ : ١١ = س : ٥٥

ب) $\frac{٨}{س} = ٠,٥$

جـ) $\frac{س + ٧}{٣٦} = \frac{١}{٤}$

الحل

أ) $\frac{٤}{١١} = \frac{س}{٥٥}$ ⟸ س = $\frac{٤ \times ٥٥}{١١}$ = ٢٠

ب) $\frac{٨}{س} = \frac{٥}{١٠}$ ، $\frac{٨}{س} = \frac{١}{٢}$ ⟸ س = $\frac{٢ \times ٨}{١}$ = ١٦

جـ) س + ٧ = $\frac{١ \times ٣٦}{٤}$ = ٩ ⟸ س = ٩ − ٧ = ٢

٣ مِقياسُ الرَّسمِ

المفاهيم الرياضية
- الطول الحقيقى .
- الطول فى الرسم .
- مقياس الرسم .
- التصغير .
- التكبير .

مَعْنَى مِقيَاسِ الرَّسْمِ :



فَكِّرْ وَنَاقِشْ :

أَقَامَ خَالِدٌ حَفل عيدِ مِيلَادِه وَأَثْنَاءَ الحَفلِ تَمَّ أَخذُ بَعْضِ الصُّورِ لَهُ وَلِزُمَلائِه وَبَعدَ الحُصَولِ عَلَى الصُّوَرِ، قَاسَ خَالِدٌ طُولَهُ بِالصُّورَة فَوَجدَهُ ١٥ سم ، فِى حِين أَنَّ طُولَــهُ الحَقِيقِىهُوَ ١٥٠ سم

وَهَذَا يَعنِى أَنَّ ١٥ سم فِى الصُّورَةِ تُمثِّلُ ١٥٠سم فِى الحَقيقَةِ .

أَىْ أَنَّ نِسْبَةَ طُولِ خَالِدٍ فِى الصُّورَةِ إِلَى طُولِهِ الحَقِيقِى هِىَ :

١٥ : ١٥٠ = ١ : ١٠

أَىْ أَنَّ كُلَّ ١سم فِى الصُّورَةِ يُمثِّل ١٠سم فِى الحَقِيقَةِ

مَعنَى ذَلِكَ أَنَّ : $\frac{\text{طول خالد فى الصورة}}{\text{طول خالد الحقيقى}} = \frac{١٥}{١٥٠} = \frac{١}{١٠}$

تُسمَّى هَذِهِ النِّسْبَةُ (مِقيَاسُ الرَّسْمِ)

أَىْ أَنَّ : مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول فى الحقيقة}}$



مِثَال (١) : تَصمِيمٌ هَندَسِىٌّ لِإِحْدَى الڤِيلاتِ ، فَإِذَا كَانَ ارْتِفَاعُ سُورِ الڤِيلا فِى التَّصمِيمِ هُوَ ٥سم ، وَارتِفَاعُهُ فِى الحَقِيقَةِ هُوَ ٣ أَمتَارٍ ، أَوجِدْ مِقيَاسَ الرَّسْمِ ؟

الحَلُّ : نُحَوِّلُ الارْتِفَاعَين لِوحْدَةِ طُولٍ وَاحِدَةٍ

ارْتِفاعِ السُّورِ فِى الرَّسم = ٥ سم

ارْتِفاعِ السُّورِ فِى الحَقيقَة = ٣ م = ٣ × ١٠٠ = ٣٠٠ سم

مِقياسُ الرَّسم = الطول فى الرسم ÷ الطول فى الحقيقة = $\frac{٥}{٣٠٠}$ = $\frac{١}{٦٠}$

وَهَذا يَعنْى أَنَّ كُلَّ " ١سم " فِى الرَّسمِ يُمثِّل « ٦٠سم» فِى الْحَقيقَة .



مِثال (٢) : الْتَقَطَ عَادلٌ صُورَةً مُكَبَّرَةً بِآلَة تَصوير ، فَإذَا كَانَ طُولُ الحَشَرَةِ فِى الصُّورَةِ هُوَ ١٠سم، وَطُولُها الحَقِيقِى ٢مم . أَوْجِدْ مقيَاسَ الرَّسْمِ ؟

الحَلُّ : نُحَوِّلُ الطُّولَين إلَى وَحدَة طُولٍ وَاحِدَة

الطُّولُ الحَقيقِى لِلحَشَرَةِ = ٢مم

الطُّولُ فِى الصُّورَة = ١٠سم × ١٠ = ١٠٠ مم

مِقيَاسُ الرَّسْم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول فى الحقيقة}}$ = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠

وَهَذا يَعنِى أَنَّ كُلَّ " ٥٠ مم " فِى الصُّورَةِ يُمثِّلُ " ١ مم " فِى الحَقِيقَة .

مَلحُوظَة :

لَدَينَا الآنَ مِقياسُ رَسمٍ أَصغَرُ مِنَ الوَاحِدِ الصَّحيح هُوَ ($\frac{١}{١٠}$) كَمَا فِى صُورَةِ خَالِدٍ ، ($\frac{١}{٦٠}$) كَمَا فِى تَصميمِ سُورِ الفِيلَّا . وَلَدينَا مِقْيَاسُ رَسمٍ أَكبَرُ مِنَ الوَاحِدِ الصَّحيح هُوَ (٥٠) كَمَا فِى صُورَةِ الحَشَرَة .

نَستَنتِجُ أَنَّ :



☺ إذَا كَانَ (مقياس الرسم < ١) فإنه يدل على التصغير.

مِثْلَ : تَصميمَاتِ الإنشَاءَاتِ الهَندَسِية – خَرائِطِ الدُّولِ وَالمُدنِ – صُورِ الأَشخَاصِ أَوِ الأَماكِنِ – .... إلخ .

☺ إذَا كَانَ (مقياس الرسم > ١) فإنه يدل على التكبير.

مِثْلَ : تَكبِيرِ صُورَةِ حَشَرَةٍ – تَكبِيرِ صُورَةِ شَخصٍ – .... إلخ .

مثال (٣) : إذا كانَ مقْيَاسُ الرَّسم المسَجَّلِ عَلَى إحْدَى الخَرائطِ المرسُومَة لعَدَدٍ منَ المُدُنِ السَّكَنية هُوَ ١ : ٥٠٠٠٠٠ ، وكَانَ البُعدُ بَيْنَ مَدينتَين عَلَى الخَريطَةِ هُوَ ٣ سم ، فَأوجدِ البُعدَ الحَقيقِى بَينَهُمَا .

الحَلُّ : حَيْثُ إنَّ مقياسَ الرَّسمِ = $\frac{\text{الطول فى الصورة}}{\text{الطول فى الحقيقة}}$

معنَى ذَلك أنَّ $\frac{١}{٥٠٠٠٠٠} = \frac{٣}{\text{الطول فى الحقيقة}}$

وَمِـن خَـاصـيـة التَّـنَـاسُـب هِـىَ : (حَـاصِـل ضَـرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)

نَحصُلُ عَلَى : الطُّولِ فِى الحَقيقَةِ × ١ = ٣ × ٥٠٠٠٠٠

الطُّولِ فِى الحَقيقَةِ = ١٥٠٠٠٠٠ سم (بالتَّحويلِ إلى كيلومتر)

نَحصُلُ عَلَى : الطُّولِ فِى الحَقيقَةِ = $\frac{١٥٠٠٠٠٠}{١٠٠ \times ١٠٠٠}$ = ١٥ كيلومترًا

تدريب :

مُصَوَّرٌ جُغْرَافِى لعدَدٍ منَ المدُنِ مَرْسومٌ بمقيَاسِ رَسْمِ ١ : ٤٠٠٠٠٠ فَإذَا كَانَت المسَافَةُ الحَقيقيةُ بَيْنَ مَدينَتَين هِىَ ٤٦ كِيلومتر ، أوجدِ المسَافَةَ بينهُمَا عَلَى المصوَّرِ الجُغْرَافِى .

نُلاحظُ ممَّا سَبَق أن المسَائلَ المرتَبِطَةَ بِمقيَاسِ الرَّسمِ تتحَدَّدُ فى ثَلاثَة أنوَاعٍ هِىَ :

النَّوعُ الأولُ : إيجَادُ مقياس الرَّسم (كما بمثال ١ ، ٢)

النَّوعُ الثَّانى : إيجَادُ الطُّول الحَقيقى (كما بمثال ٣)

النَّوعُ الثَّالثُ : إيجَادُ الطُّولِ فى الرَّسْم (كما بالتدريب)

٤ التَّقْسِيمُ التَّنَاسُبِى

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟
من خلال مشاركتك نشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- معنى التقسيم التناسبى .
- كيفية إجراء التقسيم التناسبى.
- حل تطبيقات حياتية متنوعة على التقسيم التناسبى .

المفاهيم الرياضية
- التقسيم التناسبى .

مَعنَى التَّقسِيْم التَّنَاسُبِىْ :

اقْرَأْ وَفكِّرْ وَنَاقِشْ مِنْ خِلَالِ الأَمثِلَة التَّالِيَة :

مِثَالَ (١) : وَزَّعَ أَحَدُ الآبَاءِ مَبْلَغ ٦٠٠ جُنَيهًا بَيْنَ ابْنَيْه مَاجِدٍ وَرَامِز وَذَلِكَ مَعَ بِدَايَةِ العَامِ الدِّرَاسِى لِشِرَاءِ الزِّى المَدْرَسِى بِنِسْبَة ٥ : ٧ ، فَمَا نَصِيبُ كُلٍّ مِنْهُمَا مِنْ هَذَا المبْلَغ .

الحلُّ : نَصِيبُ مَاجِد : نَصِيبُ رَامِز

٥ : ٧

أىْ أنَّ مَجْمُوعَ الأَجْزَاءِ التِى يُقسَمُ بِهَا المبْلَغُ = ٥ + ٧ = ١٢ جُزءًا

مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ ٦٠٠ جُنَيهًا تُعادل ١٢ جُزءًا .

أَىْ أَنَّ قِيمَةَ الجُزء = $\frac{٦٠٠}{١٢}$ = ٥٠ جُنَيهًا .

نَصِيبُ مَاجِدٍ فِى المبْلَغ = ٥ × ٥٠ = ٢٥٠ جُنيهًا .

نَصِيبُ رَامِزٍ فِى المبْلَغ = ٧ × ٥٠ = ٣٥٠ جُنيهًا .

لَاحِظْ : فِى هَذَا المِثَالِ تَمَّ تَقسِيمُ مَبلَغٍ مِنَ المالِ بَيْنَ شَخصَيْنِ بِنسبَةٍ مَعلُومَةٍ هِىَ ٥ : ٧ مِثل هَذَا التَّقسِيم يُسَمَّى التَّقسِيمَ التَّنَاسُبِىَّ .

مَثَال (٢) : تَرَكَ رَجُلٌ قِطْعَةَ أَرضٍ مَبَانِى مِساحَتُهَا ١٧ قِيرَاطًا ، أَوْصَى بِبِنَاءِ دَارٍ لِلأَيتَامِ عَلَى مَسَاحَةِ خَمسَةِ قَرَارِيط ، وَيوزِّعُ البَاقِى بَيْنَ ابْنِه وَبِنْتِه بِنسبَةِ ٢ : ١ . احْسِبْ نَصِيبَ كُلٍّ مِنهُمَا مِنَ الأَرْض.

الحلُّ : البَاقِى مِنَ الأَرْضِ بَعدَ أَخذِ مِساحَةِ دَارِ الأَيتَام = ١٧ – ٥ = ١٢ قِيرَاطًا

نَصِيبُ الابنِ : نَصِيبُ البِنت

٢ : ١

أَىْ أَنَّ مَجمُوعَ الأَجْزَاءِ الَّتِى تُقسَّم إِلَيْهَا مِسَاحَةُ الأَرضِ المتَبقية = ٣ أَجْزَاء

مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ ١٢ قِيرَاطًا تُعَادِلُ ٣ أَجْزَاء

أَىْ أَنَّ قِيمَةَ الجُزء = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤ قيرَاط .

نَصِيبُ الوَلَدُ = ٤ × ٢ = ٨ قيراطًا .

نَصِيبُ البِنْتِ = ٤ × ١ = ٤ قيراطًا .

لاحظ : فى هذا المثال تمَّ تقسيمُ قطعةِ أرض بيْنَ شخصين بنسْبَةٍ معلومةٍ هى : ٢: ١ مثل هذا التَّقْسيمِ يُسَمَّى التقسيم التَّناسُبىّ .



ممَّا سبَقَ يَتضحُ أنَّ :

التقسيم التناسبى : تقسيم شيء ما (نقود – أراضى – أوزان – ....) بنسبة معلومة

مثال (٣) : مَدرَسَةُ ابتِدَائيَةٍ عَددُ تَلاميذِ صُفوفِهَا الثَّلاثَةُ (الرَّابعُ والخَامسُ والسَّادسُ) ٣٩٩ تلْميذًا ، فَإذَا كَانَ عَددُ تَلاميذِ الصَّف الرَّابع $\frac{٤}{٣}$ عَدَدِ تَلاميذِ الصَّف الخَامس ، وعَددُ تَلاميذِ الصَّف الخَامسِ $\frac{٦}{٥}$ عَددِ تَلاميذِ الصَّف السَّادس . احْسبْ عَددَ تَلاميذِ كل صف من الصُّفُوف الثَّلاثَة .

الحَلُّ : يُمْكِنُ الحَلُّ عَنْ طَرِيقِ إيجَادِ النِّسْبَةِ بَيْنَ عَدَدِ تَلاميذِ الصُّفوفِ الثَّلاثَة :

بَاسْتِخْدَام فِكْرَةِ المضَاعَفِ المشتَرك لِكُلٍّ مِنْ (٣ ، ٦)

وَهُوَ ٦ نَجِدُ أنَّ : مَجمُوعَ الأجزَاء = ٨ + ٦ + ٥ = ١٩ جُزْءًا

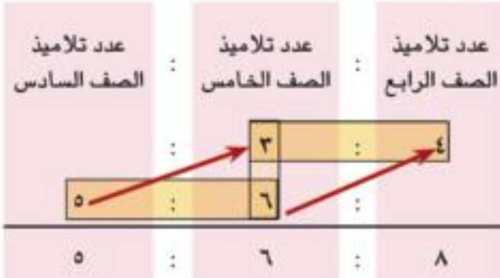
مَعْنَى ذَلِكَ أنَّ: ٣٩٩ تلْميذًا تُعادِلُ ١٩ جُزءًا

أىْ أنَّ قِيمَةَ الجُزء = ٣٩٩÷١٩ = ٢١ تلميذًا

عَددَ تَلاميذِ الصفِّ الرَّابع = ٨ × ٢١ = ١٦٨ تلْميذًا

عَددَ تَلاميذِ الصفِّ الخَامس = ٦ × ٢١ = ١٢٦ تلْميذًا

عَددَ تَلاميذِ الصفِّ السَّادس = ٥ ×٢١ = ١٠٥ تلْميذًا



لاحظ : الحَلُّ تم بِاسْتِخْدَام (م . م . أ) لنتوصل إلى النِّسْبَةِ بَيْنَ ثَلاثَةِ أعدَادٍ ونكمل الحل كما سبق.



التَّحَقُّقُ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ : يُمْكِنكَ التَّحققَ مِنَ الحَلِّ عَلَى النَّحوِ التَّالى :

$$\frac{\text{عدد تلاميذ الصف الرابع}}{\text{عدد تلاميذ الصف الخامس}} = \frac{١٦٨}{١٢٦} = \frac{٨٤}{٦٣} = \frac{١٢}{٩} = \boxed{\frac{٤}{٣}}$$

$$\frac{\text{عدد تلاميذ الصف الخامس}}{\text{عدد تلاميذ الصف الخامس}} = \frac{١٢٦}{١٠٥} = \boxed{\frac{٦}{٥}}$$

مثال (٤) : اشْتَرَكَ ثلاثةُ أشْخَاصٍ فى مَشْرُوعٍ تجَارِى رَأْسَ مَالِه ٦٠٠٠٠ جُنَيه ، دَفَعَ الأَولُ ١٥٠٠٠ جُنَيه ، وَدَفَعَ الثَّانى ٢٥٠٠٠ جُنَيه ، وَدفَعَ الثَّالثُ ٢٠٠٠٠ جنيه ، وفِى نِهَايَةِ العَامِ بَلَغَ صَافِى الرِّبح ٥٥٢٠ جُنَيهًا . احْسِبْ نَصِيبَ كُلٍّ مِنْهُمْ فى الأَرْبَاحِ .

الحَلُّ : مَبلَغُ الشَّخصِ الأَولِ : مَبلغُ الشَّخْصِ الثَّانى : مَبلغ الشَّخْصِ الثَّالثِ

١٥٠٠٠	:	٢٥٠٠٠	:	٢٠٠٠٠
١٥	:	٢٥	:	٢٠
٣	:	٥	:	٤

مَجموعُ الأَجْزَاءِ = ٣ + ٥ + ٤ = ١٢ جُزْءًا   مَعْنَى ذلِكَ أَنَّ ٥٥٢٠ جُنَيْهًا تُعادلُ ١٢ جُزءًا

قِيمَةُ الجُزءِ = $\frac{٥٥٢٠}{١٢}$ = ٤٦٠ جُنَيهًا

نَصِيبُ الأَولِ = ٣ × ٤٦٠ = ١٣٨٠ جُنيهًا

نَصِيبُ الثَّانى = ٥ × ٤٦٠ = ٢٣٠٠ جُنَيهًا

نَصِيبُ الثَّالثِ = ٤ × ٤٦٠ = ١٨٤٠ جُنَيهًا

لَاحِظ : فى مثْلِ هَذِهِ المسَائلِ تُوزعُ الأَرْبَاحُ أو الخَسَارَةُ وِفقًا لِنسبَةِ المبَالِغِ المدْفُوعَةِ فى رأْسِ مَالِ المشْرُوعِ



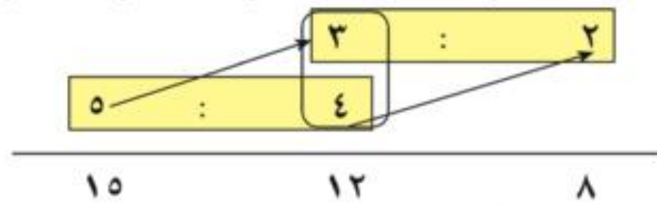
التَّحَقُّقُ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ : يُمْكِنكَ التَّحققُ مِنْ الحَلِّ عَلَى النَّحوِ التَّالى :

نَصِيبُ الأَولِ	:	نَصِيبُ الثَّانى	:	نَصِيبُ الثَّالثِ	
١٣٨٠	:	٢٣٠٠	:	١٨٤٠	(بالقسمة ÷ ١٠)
١٣٨	:	٢٣٠	:	١٨٤	(بالقسمة ÷ ٢٣)
٦	:	١٠	:	٨	(بالقسمة ÷ ٢)
٣	:	٥	:	٤	(وهى نسبة رأس المال)

مِثال (٥) : تَمَّ تَوزِيعُ شُحنَةٍ مِنْ فَاكِهَةِ التفاحِ وَزْنُهَا ٢٨٠ كِيلُوجرامًا عَلَى ثَلاثَةِ تُجَّارٍ فَكَانَ نَصِيبُ الأَولِ $\frac{٢}{٣}$ نَصِيبِ الثَّانى ، وَكَانَ نَصِيبُ الثَّانى $\frac{٤}{٥}$ نَصِيبِ الثَّالثِ . احْسِبْ نَصِيبَ كُلٍّ مِنْهُمْ مِنْ هَذِهِ الشُّحْنَةِ .



الحَلُّ : نَصيبُ الأولِ : نَصيبُ الثَّانى : نَصيبُ الثَّالثِ



لَاحظْ أنَّ (م . م . أ) لِكُلٍّ مِنْ (٣ ، ٤) هو ١٢ ، وبذلك يكونُ :

مَجْموعُ الأجزاءِ = ٨ + ١٢ + ١٥ = ٣٥ جُزْءًا

مَعْنَى ذَلِكَ أنَّ ٢٨٠ كيلوجرامًا تُعادلُ ٣٥ جُزءًا .

أَيْ أنَّ قيمَةَ الجُزْءِ = $\frac{٢٨٠}{٣٥}$ = ٨ كِيلُوجرامًا، وبذلك يكون :

نَصيبُ الأولِ = ٨ × ٨ = ٦٤ كيلوجرامًا

نَصيبُ الثَّانى = ١٢ × ٨ = ٩٦ كيلوجرامًا

نَصيبُ الثَّالثِ = ١٥ × ٨ = ١٢٠ كيلوجرامًا



التَّحَقُّقُ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ : يُمْكنكَ التَّحققُ مِنْ صحة الحَلِّ عَلَى النَّحوِ التَّالى :

نَصيبُ الأولِ	:	نَصيبُ الثَّانى	
٦٤	:	٩٦	(بالقسمة ÷ ٢)
٣٢	:	٤٨	(بالقسمة ÷ ١٦)
٢	:	٣	(وهى النِّسْبَة المعطاة)

نَصيبُ الثَّانى	:	نَصيبُ الثَّالثِ	
٩٦	:	١٢٠	(بالقسمة ÷ ٢)
٤٨	:	٦٠	(بالقسمة ÷ ١٢)
٤	:	٥	(وهى النِّسْبَة المعطاة)

تدريب :

اشْتَركَتْ كُلٌّ مِنْ هُدَى وَمُنَى وَثَناءُ فى تِجارَةٍ ، فَدَفَعَتْ هُدَى مَبلغَ ١٥٠٠ جُنَيهًا ، وَدَفَعَتْ مُنَى مَبلغَ ٢٠٠٠ جُنَيهًا ، وَدفَعَتْ ثَنَاءُ مَبلَغَ ٢٥٠٠ جُنيهًا ، وَفى آخرِ العَامِ خَسرتْ الشَّرْكَةُ مَبلَغَ ١٢٠٠ جُنَيهًا. أَوجِدْ نَصيبَ كُلٍّ مِنْهُنَّ مِنَ الخَسارَةِ .

٥ حِسَابِ المائَةِ

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

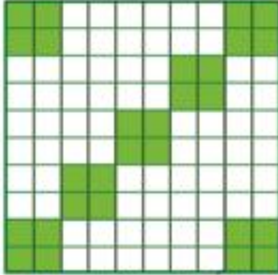
من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- معنى النِّسْبَة المئوية .
- حساب النِّسْبَة المئوية.
- تحويل نسبة مئوية إلى كسر .
- تحويل كسر إلى نسبة مئوية .
- حل مسائل حياتية على النِّسْبَة المئوية

المفاهيم الرياضية

- النسبة المئوية.

لَاحِظْ وفَكِّرْ:



الشَّكْلُ المُقَابِلُ يُمثِّلُ مُرَبَّعًا كَبِيرًا تَمَّ تَقسِيمُهُ إِلَى مائَةِ مُرَبَّعًا صَغِيرًا جَمِيعُهَا مُتَسَاوِيةٌ ، عدد المربعات الصغيرة الخضراء=.......... ، نِسْبَةُ الجُزءِ المظلّلِ باللَّونِ الأخضرِ إِلَى المربَّعِ الكُلِّي = $\frac{٢٨}{١٠٠}$ أَوْ ٢٨ : ١٠٠ لَاحِظْ أَنَّ : الحَدُّ الأولُ لِلنسْبَةِ هُوَ ٢٨ ، الحَدُّ الثَّانِى للنسبَةِ هُوَ ١٠٠

مِثلَ هَذِهِ النِّسْبَةِ تُسمَّى (نِسبَةً مِئويَّةً) وتُكتَبُ (٢٨٪) وتُقرأُ (٢٨ فى المائة)

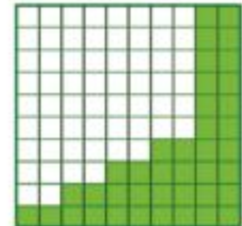
مِمَّا سَبَقَ يَتضحُ أَنَّ :

النسبة المئوية : هى نسبة حدها الثانى ١٠٠ ويُرمز لها بالرمز (٪)

لَاحِظْ مِنَ الشَّكْلِ أَنَّ : نسبَةَ الجُزءِ غَيرِ المظَلَّلِ إِلى المربعِ ككل = ٧٢ ٪ وتُقرأُ (٧٢ فى المائة)

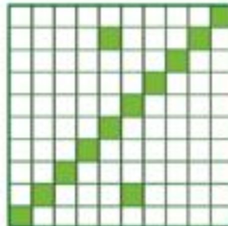
مجموع نسبةُ الجُزأينِ المظَلل وغيرِ المظلَّلِ = ٢٨ ٪ + ٧٢ ٪ = ١٠٠ ٪

تَدْرِيبُ (١) اكْتُبِ النِّسْبَةَ المِئويَّةَ المعبِّرةَ عَنِ الجُزءِ المظَللِ والجُزءِ غيرِ المظَللِ إلى المربعِ ككُلٍّ:



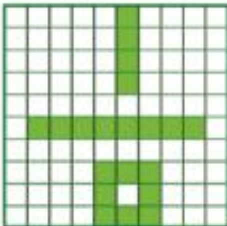
نِسْبَةُ الجُزْءِ المظَلَّلِ = ...

نِسْبَةُ الجُزْءِ غيرِ المظَلَّلِ = ...



نِسْبَةُ الجُزْءِ المظَلَّلِ = ...

نِسْبَةُ الجُزْءِ غيرِ المظَلَّلِ = ...



نِسْبَةُ الجُزْءِ المظَلَّلِ = ...

نِسْبَةُ الجُزْءِ غيرِ المظَلَّلِ = ...

مُلاحَظاتٌ مِنَ الحَياة

- عِنْدَمَا تَدخُلُ بَنكًا أَوْ مَكْتَبَ بَريدٍ وَتقرأُ العِبَارَةَ التَّالِيَةَ : (الفَائِدَةُ عَلى دَفْتَرِ التَّوْفيرِ ١٠ ٪ فِى السَّنَةِ) مَعْنَى هَذَا أَنَّ كُلَّ ١٠٠ جُنَيه تَأْخُذُ فَائِدَةً أَوْ رِبْحًا قدره ١٠ جُنَيهَاتٍ لِتصبحَ آخِرَ العَامِ ١١٠ جُنَيه ، وَسببُ ذَلكَ هُوَ أَنَّ الفَائدَةَ (١٠جنيهات لِكُلِّ ١٠٠ جُنَيْه) حُسِبَتْ كَمَا يلَى :
  $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١٠٠ = ١٠ جُنَيْه (تُضَافُ لِكُلِّ مَائَةِ جُنيه) .

- عِنْدَمَا تَقرأُ عَلَى مَحَلٍّ تِجَارِىٍّ العِبارَةَ (نِسْبَةُ الخَصْمِ ٣٠٪) مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ كُلَّ ١٠٠ جُنَيه تُخصَم مِنْهَا ٣٠ جُنَيهًا وتُدفَع للمَحَلِّ ٧٠ جُنَيهًا فَقَط ، وَسببُ ذَلِكَ أَنَّ نِسْبَةَ الخَصمِ (٣٠ جنيها لِكُلِّ ١٠٠جُنَيهِ) حُسِبَتْ عَلَى النَّحْوِ التَّالِى : $\frac{٣٠}{١٠٠}$ × ١٠٠ = ٣٠ جُنَيهًا (تُخصَمُ مِنْ كُلِّ مَائَةِ جُنَيه عِندَ الدَّفع) .

- عِنْدَمَا تَقرأُ عَلَى قِطعَةِ مَلابِسَ العِبارَةَ التَّالِيَةَ : (المكَوِّنَاتُ : ٤٥٪ صُوف ، ٢٥٪ قُطْن ، ٣٠٪ أَلياف صِنَاعِيَّة) . مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ مَجْمُوعَ المكَونَاتِ = ٤٥٪ + ٢٥٪ + ٣٠٪ = ١٠٠٪

مَلْحُوظَة : ١٠٠ ٪ مِنْ مِقْدَارِ مَا تَسَاوِى المقدارَ كُلَّه ، وَمَعنَاهَا $\frac{١٠٠}{١٠٠}$ مِنَ المقْدَارِ = الوَحدَةَ الكَامِلَةَ أَى المقدارَ كَامِلا

تَدْرِيبُ (٢) فَسِّر مَعْنَى العِبَارَاتِ التَّالِيَة :

- الخَصْمُ عَلَى المشْتَرياتِ ٢٢٪ .
- الفَائِدَةُ عَلَى المدَّخَرات ٩,٥ ٪ .
- المكَوِّنَات ١٠٠ ٪ قطن .
- المكَوِّنَات ٥٥٪ صُوف والبَاقِى أَلياف صِنَاعِيَّة.

تحويلُ نِسبَةِ مئويةٍ إلى كَسرٍ (اعتيادى أو عَشرى)



مثال (١) : في أحَدِ الفُصولِ المدْرسيَّةِ كَانَ عَددُ البَنينَ ٣٥ ٪ مِنْ عَددِ تلاميذِ الفَصْلِ .

– مَا النِّسْبَةُ المِئويَّةُ لعَددِ البَناتِ ؟

– حَوِّل كُلًّا مِنَ النِّسْبَتَينِ المئويتَينِ إلَى كَسرٍ اعتيادى ، ثُمَّ إلَى كَسرٍ عَشرى .

الحَلُّ :

– النِّسْبَةُ المئويةُ لعَددِ البَناتِ = ١٠٠ ٪ – ٣٥ ٪ = ٦٥ ٪

– تَحويلُ النِّسْبَةِ المئويةِ إلَى كَسرٍ اعتيادى

النِّسْبَةُ المئويَّةُ لعَددِ البَنينَ هِىَ ٣٥ ٪ = $\frac{٣٥}{١٠٠}$ = $\frac{٧}{٢٠}$ (كسر اعتيادى)

النِّسْبَةُ المئويَّةُ لعَددِ البَنَاتِ هِىَ ٦٥ ٪ = $\frac{٦٥}{١٠٠}$ = $\frac{١٣}{٢٠}$ (كسر اعتيادى)

– تَحويلُ النِّسْبَةِ المئويةِ إلَى كَسرٍ عَشري

النِّسْبَةُ المئويَّةُ لعَددِ البَنينَ هِىَ ٣٥ ٪ = $\frac{٣٥}{١٠٠}$ = ٠,٣٥ (كسر عشرى)

النِّسْبَةُ المئويَّةُ لعَددِ البَنَاتِ هِىَ ٦٥ ٪ = $\frac{٦٥}{١٠٠}$ = ٠,٦٥ (كسر عشرى)

تدريب (٣) قِطْعَةُ أَرضٍ زِرَاعيَّةٍ نسبةُ المزرُوعِ منهَا بالخُضْروَاتِ ٤٠ ٪ حَوِّل هَذهِ النِّسْبَةَ إلَى كَسرٍ اعتيادى ثُمَّ إلَى كَسرٍ عَشرِى .

تَحويلُ كَسرٍ (اعتيادى أو عَشرى) إلَى نِسبةٍ مئويةٍ :



مِثال (٢) :

فِى إحدَى القُرَى كَانَت نِسبةُ عَددِ الأُمِّيين إلَى عَددِ المتعلِّمينَ هِىَ ٤ : ٢٥ . فَاكْتُبْ هَذِهِ النِّسْبَةَ فِى صُورَةِ نِسبةٍ مئويةٍ .

الحَلُّ :

٤ : ٢٥ تُكَافِئُ $\frac{٤}{٢٥}$ ، لِكَى نُحوِّل النِّسْبَةَ $\frac{٤}{٢٥}$ إِلَى نسبَة مئوية لَابُد أَنْ نَجعَلَ حَدَّها الثَّانِى = ١٠٠

وَذَلِك بِضَرْبِ حَدَّيْهَا × ٤ أَىْ أَنَّ $\frac{٤}{٢٥} = \frac{٤ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = \frac{١٦}{١٠٠}$ أى ١٦٪

تَدْرِيبٌ (٤)

حَوِّل كُلًّا مِنَ الكُسُورِ الاعتيادِيةِ التَّالِيةِ إِلَى نِسبةٍ مئويَّةٍ كَمَا بِالحَالَةِ الأُولَى :

(أ) $\frac{٣}{٤}$

(ب) ٠,١٢

(جـ) ٠,٦٢٥

مَلحوظَة

لتحويلِ الكَسرِ الاعتيادىِّ إِلَى نِسبَةٍ مِئويةٍ نُحَاوِلُ جَعلَ المقَامِ (١٠٠) وَيتمُّ ذَلك بِقِسْمَةِ الكَسْرِ عَلَى (١٠٠) وَضَربِه فِى (١٠٠) .

الحَلُّ :

(أ) $\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} \times \frac{١٠٠}{١٠٠} =$ ٧٥٪

(ب) ٠,١٢ = $\frac{......}{......}$ = ... ٪

(جـ) ٠,٦٢٥ = $\frac{٦٢٥}{١٠٠٠} \times \frac{......}{......} = \frac{......}{......}$ = ... ٪

مِثَال (٣) :

فِى امتِحَانٍ للغَةِ الإِنجليزيَّةِ حَصَلَ عَادِلٌ عَلَى ١٣ دَرَجَةً مِنْ ٢٠ دَرَجَةٍ . أَوجِد النِّسْبَةَ المئَويَّةَ لِدَرَجَةِ عَادل فِى اللُّغةِ الإِنجليزيَّةِ .

الحَلُّ : نوجد أولا نسبة درجة عادل إلى الدرجة الكلية ، ثم نحولها إلى نسبة مئوية

دَرجَة عَادل فِى امتِحَانِ اللُّغةِ الإِنجليزِيَّةِ = $\frac{١٣}{٢٠}$

النِّسْبَة المِئويَّة لدَرَجَةِ عَادِل = $\frac{١٣}{٢٠} \times \frac{٥}{٥} = \frac{٦٥}{١٠٠} =$ ٦٥٪

٦ تَطبيقَاتٌ عَلَى حِسَابِ المائَةِ

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- حساب الفائدة أو الخصم بمعرفة النِّسْبَة المئوية لكل منهما .
- حساب النِّسْبَة المئوية للمكسب أو الخسارة بمعرفة مقدار كل منهما .
- حساب ثمن البيع بمعرفة ثمن الشراء والنِّسْبَة المئوية للمكسب أو الخسارة .
- حساب ثمن الشراء بمعرفة ثمن البيع والنِّسْبَة المئوية للمكسب أو الخسارة .

المفاهيم الرياضية

- الفائدة - الخصم .
- المكسب - الخسارة .
- ثمن البيع - ثمن الشراء .
- نسبة الزيادة - نسبة النقص .

أولا : حِسَابُ الفَائِدَةِ أو الخَصْمِ



مِثَال (١): أودَعَتْ سَارَةٌ مَبلَغ ٩٠٠٠ جُنَيهٍ فِى أَحَدِ البُنُوك وَكَانَت نِسبَةُ الفَائدَةِ ١١٪ فِى السَّنَةِ . **فَكَم يُصبحُ المبلَغ الَّذِى أودَعَتْهُ سَارَةُ بَعْدَ سَنَة.**

الحَلُّ : المبلغ المودع = ٩٠٠٠ جُنَيهٍ .

مقدار الفائدة = $\frac{١١}{١٠٠}$ × ٩٠٠٠ = ٩٩٠ جُنيهًا .

جملة المبلغ بعد مرور سنة= المبلغ الأصلى + مقدار الفائدة

= ٩٠٠٠ + ٩٩٠ = ٩٩٩٠ جُنَيهًا.

مِثَال (٢) : فِى أَحَدِ المَحَلاتِ التِّجارِيَّة كَانَتْ نِسبَةُ الخَصمِ أى (التَّخفِيضِ) عَلَى المبيعَاتِ ٢٠٪ ، فَإذَا اشْتَرَى أَحمدُ بَنطلُونًا مَكتُوبًا عَليه ٨٠ جُنَيهًا . **أَوْجِدْ مِقدارَ مَا يَدفَعُهُ أَحمدُ بَعدَ الخَصْمِ .**

الحَلُّ : السعر الأصلى للبنطلون = ٨٠ جُنَيهٍ .

قيمة التخفيض = $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ٨٠= ١٦ جُنَيهًا .

مقدار ما يدفعه أحمد = السعر الأصلى للبنطلون − قيمة التخفيض

= ٨٠ − ١٦ = ٦٤ جُنَيهًا .

تَدرِيبُ (١) فِى أَحَدِ المَحَلَّاتِ التِّجَارِيَّة يَتمُّ بَيْعُ علبة اللَّبنِ بمبلَغ ٥ جُنَيهَات ، وَإذَا اشْتَريت علبَتَين فَيكُونَ هُنَاكَ نِسبَةُ تَخْفِيض ١٥٪ عَلَى كُلِّ علبتَين.احْسِبْ ثَمَن شرَاءِ ٦ عِلَب مِنَ اللَّبَنِ . هَلْ مَا وَفرتَهُ يَكفِى لِشرَاءِ أى عِلَبٍ مِنَ الحَليبِ؟

ثانيًا : حِسابُ نِسبةِ المَكْسَبِ أو الخَسَارَةِ

مُلاحَظاتٌ هامَّة:

- يُقصَدُ بالمكسَبِ = ثمن البيع − (ثمن الشراء + المصاريف) .
- يُقصَدُ بالخَسَارةِ = (ثمن الشراء + المصاريف) − ثمن البيع .

مِثَال (٣) : اشْتَرَى صَاحِبُ مَعرَضِ سَيارَاتٍ سَيارةً بمبلَغ ٤٥٠٠٠ جُنَيهٍ ثُمَّ صَرَفَ عَلَى إصلَاحِهَا مَبلَغ ٥٠٠٠ جُنَيه ثُمَّ بَاعَها بِمبلَغ ٥٥٠٠٠ جُنَيهٍ .

احسب النسبة المئوية المكسب.



الحَلُّ : المبلغُ الأَصلِى لِشراءِ السَّيارَة = ٤٥٠٠٠ جنيه .

المصرُوفات على السيارة = ٥٠٠٠ جنيه .

المكسَبُ بعد البيع = ثمن البيع − (ثمن الشراء والمصروفات)

= ٥٥٠٠٠ − (٤٥٠٠٠ + ٥٠٠٠)

= ٥٥٠٠٠ − ٥٠٠٠٠ = ٥٠٠٠ جنيه

إذن النِّسْبَة المئوية للمكسب = $\frac{٥٠٠٠}{٥٠٠٠٠}$ = $\frac{٥}{٥٠}$ = $\frac{١٠}{١٠٠}$ أو ١٠٪

مِثَال (٤) :

اشترى تَاجِرُ فَاكِهَةٍ بالجُملَة شُحنَةَ فَاكِهَةٍ بمبلَغِ ١٨٠٠٠ جنيه ، وَبعدَ أَن اشْتَرَاهَا وَجَد جُزءًا تَالِفًا مِنهَا لِسوءِ التَّخزِينِ ، فَبَاعَ البَاقِى بِمبلَغ ١٦٠٠٠ جنيه . أَوجدْ نِسبةَ خَسارَةِ التَّاجِرِ .

الحَلّ : السعر الأصلى لشحنة الفاكهة = ١٨٠٠٠ جنيه

سعر البيع = ١٦٠٠٠ جنيه

أى أن الخسارة = ١٨٠٠٠ − ١٦٠٠٠ = ٢٠٠٠ جنيه

إذن نسبة الخسارة = $\frac{٢٠٠٠}{١٨٠٠٠}$ = $\frac{١}{٩}$ = $\frac{١}{٩}$ × $\frac{١٠٠}{١٠٠}$ = ١١,١١ ٪

ثالثًا : حساب ثَمنِ البَيْعِ وَثَمنِ الشِّرَاءِ

مثال (٥) :

أَوجِدْ ثمن شِرَاءِ بِضَاعَةٍ بِيعَتْ بِمبلَغ ٢١٥٢٠ جُنَيْهًا، وَكانَت نِسْبَةُ المكْسَبِ ١٥ ٪ ، وَأَوْجِدْ قِيمَةَ المكسَبِ .

الحل :

	الشراء	المكسب	البيع
عدد الأجزاء :	١٠٠	١٥	١١٥
القيمة بالجُنيهات :	؟	؟	٢١٥٢٠

وحيث إن ثمن الشراء = $\frac{١٠٠}{١١٥}$ × ثمن البيع

= $\frac{١٠٠}{١١٥}$ × ٢١٥٢٠ = ١٨٧١٣ جنيهًا

قيمة المكسب = ثمن البيع − ثمن الشراء = ٢١٥٢٠ − ١٨٧١٣ = ٢٨٠٧ جنيهات

تَدْرِيبٌ (٢) أَكْمِلِ الجَدولَ التَّالى :

النوع	ثمن الشراء	ثمن البيع	المكسب	نسبة المكسب ٪
تليفزيون	١٨٠٠	٢٠٠٠	....	....
ثلاجة	٢٤٠٠	....	....	٪١٢
غسالة	....	٣١٠٠	١٧٥	....

تَدْرِيبٌ (٣) اشْتَرتْ هِبَةُ مِكنَسَةً كَهرِبَائِيَّةً بمبلَغ ٢٢٠ جُنَيهًا ، وَكَانَ علَيهَا خصم ١٥ ٪ . احْسبِ السِّعرَ الأَصلِى للمِكنَسَةِ قبلَ الخصم .

تدريب (٤) أكمل الجدول التالى :

السعر الأصلى للمنتج	نسبة التخفيض	مقدار التخفيض	السعر بعد التخفيض
٥٦٠	١٠٪	....	....
....	١٥٪	٤٥	....
....	....	٣٢	١٩٢

مثال (٦)

اشترى رجل منزلا بمبلغ ٧٥٠٠٠ جنيها ومزرعة بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه. إذا باع المنزل بخسارة ١٥٪ وباع المزرعة بمكسب ٢٥٪ أوجد صافى مكسبه أو خسارته

الحل

ثمن شراء المنزل : الخسارة : ثمن بيع المنزل

١٠٠ : ١٥ : ٨٥

٧٥٠٠٠ : س : ص

ثمن بيع المنزل (ص) = $\frac{٧٥٠٠٠ \times ٨٥}{١٠٠}$ = ٦٣٧٥٠ جنيها

ثمن شراء المزرعة : المكسب : ثمن بيع المزرعة

١٠٠ : ٢٥ : ١٢٥

١٠٠٠٠٠ : س : ص

ثمن بيع المزرعة (ص) = $\frac{١٠٠٠٠٠ \times ١٢٥}{١٠٠}$ = ١٢٥٠٠٠جنيها

ثمن شراء المنزل والمزرعة = ٧٥٠٠٠ + ١٠٠٠٠٠ = ١٧٥٠٠٠ جنيها

ثمن بيع المنزل والمزرعة = ٦٣٧٥٠ + ١٢٥٠٠٠ = ١٨٨٧٥٠ جنيها

صافى مكسب الرجل = ١٨٨٨٧٥٠ − ١٧٥٠٠٠ = ١٣٧٥٠ جنيها

الوحدة الثالثة

الهندسة والقياس

الدرس الأول : العلاقات بين الأشكال الهندسية

الدرس الثانى :الأنماط البصرية

الدرس الثالث :الحجوم

الدرس الرابع :حَجمُ مُتوازِى المسْتطيلاتِ

الدرس الخامس : حجم المكعب

الدرس السادس : السعة

١ العلاقات بين الأشكال الهندسية

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- استنتاج خواص متوازي الأضلاع.
- العلاقة بين متوازي الأضلاع وكل من المستطيل والمربع والمعين.
- حل تطبيقات متنوعة باستخدام خواص الأشكال الهندسية والعلاقات بينها.

المفاهيم الرياضية
- الزاويتان المتتاليتان في متوازي الأضلاع.

نشاط (١) : لاحظ واستنتج

الشَّكلُ (١) أ ب جـ ء يُمثلُ مُتوازِي أَضلاعٍ

مَعْنى ذَلِكَ أَنَّ :

$\overline{أب} // \overline{ءجـ}$ ، $\overline{أء} // \overline{بجـ}$

شكل (١)

أولًا : تَحقَّقْ بِاسْتخدامِ الأَدواتِ الهَنْدسيةِ فِي الشَّكلِ (١) مِمَّا يَلي :

١- أ ب = ء جـ ، أ ء = ب جـ

٢- ق (∠ أ) = ق (∠ جـ) . ق (∠ ب) = ق (∠ ء)

٣- مجموع قياسى ∠ أ ، ∠ ب = ١٨٠°، مجموع قياسى ∠ ب، ∠ جـ = ١٨٠°

ثانيًا : تَحقَّقْ بِاسْتخدامِ الأَدواتِ الهَندسيةِ فِى الشَّكلِ (٢) مِمَّا يلى :

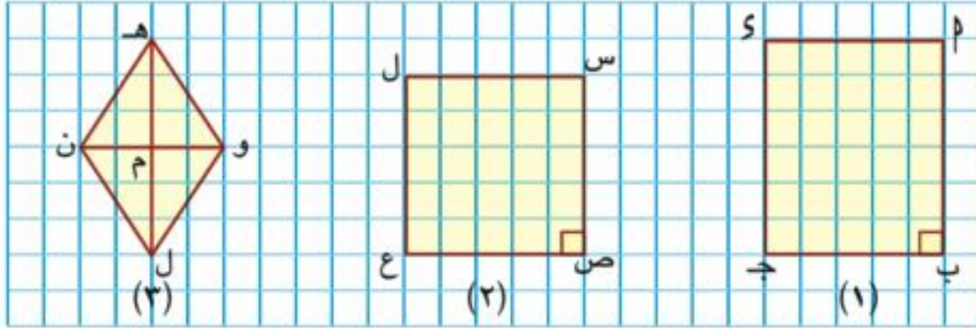
أم = جـم ، ب م = م ء

شكل (٢)

نَستنتِجُ مِنْ أولاً وثَانيًا أَنَّ :

مُتوازِي الأَضلاعِ هُوَ شَكْلٌ رُباعيٌّ فيهِ :
- كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتساويان في الطول.
- كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس .
- مجموع قياسى أي زاويتين متتاليتين = ١٨٠° .
- القطران ينصف كل منهما الآخر .

تدريب (١) ادرسِ الأَشْكالَ عَلَى الشَّبكةِ التَّربيعية ، ثُمَّ أكملْ واسْتَنتجْ :



ء ب جـ د مُستطيلٌ فيه:

$\overline{\text{ء د}}$ // ....

$\overline{\text{ء ب}}$ // ....

س ص ع ل مُربَعٌ فيه:

$\overline{\text{س ل}}$ // ....

$\overline{\text{س ص}}$ // ....

هـ و ل ن مُعيَّنٌ فيه:

$\overline{\text{هـ و}}$ // ......

$\overline{\text{و ل}}$ // ......

مِنَ الحالات (١) ، (٢) ، (٣) نَستنتجُ أنَّ :

كل من : المستطيل والمربع والمعين يمثل متوازي أضلاع.

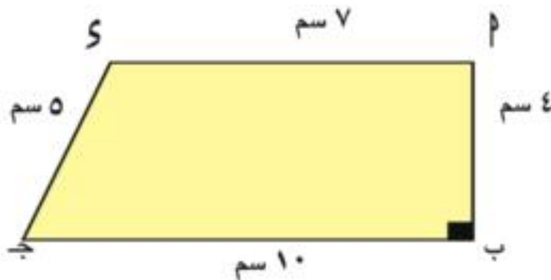
وَيُمكنُ تَلخيصُ ذَلكَ فى خَريطةِ المفَاهيمِ التَّالية :



تدريب (٢)



نَاقشْ مَعَ أفرادِ مَجموعَتك



الشَّكلُ المقَابلُ: ء ب جـ د شِبهُ مُنحرفٍ فيه

ق (∠ب) = ٩٠° ، ء د = ٧ سم ، ء ب = ٤ سم ،

ب جـ = ١٠ سم ، د جـ = ٥ سم ،

عين نُقطةَ س عَلَى الضِّلعِ $\overline{\text{ب جـ}}$ ليصبحَ الشَّكلُ ء ب س د مُستطيلًا ، فِى هَذهِ الحَالةِ يُصبحُ :

أ ب = ... = ... سم ، أ ء = ... = ... سم

مُحيطُ الجزءِ المتبقِّى بَعدَ المستَطيلِ = ... سم

مثال (١) : ق (∠ أ) = ٥٣° ، ق (∠ ء ب جـ) = ٤٥° ،

أ م = ٦ سم ، أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٨ سم .

احْسبْ بِدونِ أدواتِ القِياسِ كُلًا منْ :

(١) ق (∠ أ ب ء) (٢) ق (∠ ء)

(٣) أ جـ (٤) أ ء ، ء جـ وَذلكَ بِاستخدامِ خَواصِّ مُتوازى الأَضلاعِ

الحَلُّ : المطْلوبُ الأَولُ : إيجادُ ق (∠ أ ب ء)

حَيثُ إن ق (∠ أ) + ق (∠ ب) = ١٨٠° (زَاويتانِ مُتتَاليتَانِ)

إذنْ ق (∠ أ ب د) = ١٨٠° − (٥٣° + ٤٥°) = ٨٢°

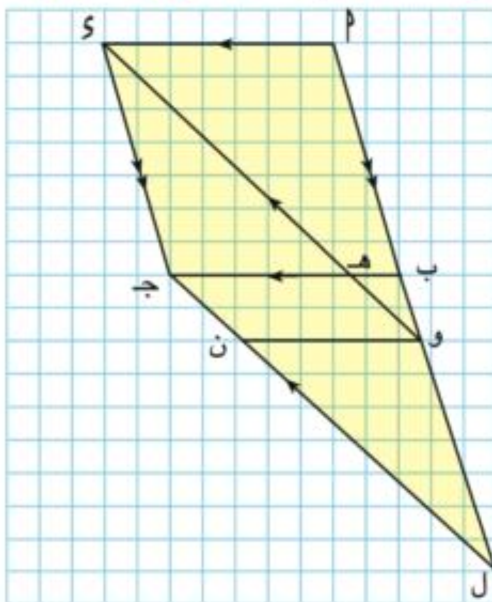
المطْلوبُ الثَّانى : ق (∠ ء) = ق (∠ ب) (زَاويتانِ مُتقَابلتانِ)

إذن ق (∠ ء) = (٨٢° + ٤٥°) = ١٢٧°

المطْلوبُ الثَّالثُ : أ جـ = أ م + جـ م = ٦ + ٦ = ١٢ سم (القُطرانِ يُنصفُ كُلٌّ منهُمَا الآخرَ)

المطْلوبُ الرَّابعُ : أ ء = ب جـ = ٨ سم (الضِّلعانِ المتَقابلانِ مُتَساويانِ فِى الطُّولِ)

ء جـ = أ ب = ٥ سم (الضِّلعانِ المتَقابلانِ مُتَساويانِ فِى الطُّولِ)



تدريب (٢) فى الشَّكلِ المقَابلِ :

أ ء // ب جـ ،

أ ب // ء جـ ،

ء و // جـ ل

– اكْتبْ ثَلاثةَ مُتوازياتِ أَضلاعٍ بِالشَّكلِ .

– اكتبْ ثَلاثةَ أَشباهِ مُنحرفاتٍ بِالشَّكلِ .

– أكتبْ ثَلاثةَ مُثلثاتٍ بِالشَّكلِ .

٢ الأنماط البصرية

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- مفهوم النمط البصرى .
- وصف النمط البصرى .
- اكتشاف أنماط بصرية وإكمال تكرارها .
- تكوين أنماط بصرية من أشكال هندسية.
- اكتشاف الأنماط البصرية فى حياتنا الطبيعية .
- تكوين تكرار النمط بألوان مناسبة لتكوين شكل زخرفى.

المفاهيم الرياضية

- النمط البصرى .

فكِّر وناقش:

دَرستَ فى السَّنواتِ المَاضيةِ الأنماطَ البَصريةَ والأنماطَ العَدديةَ:

النمط البصرى هو تتابع من الأشكال أو الرموز وفقًا لقاعدة معينة

والأَمثلةُ التَّاليةُ تُمثلُ أَنماطًا بَصريةً وأَسفل كُلٍّ منْها وصَفُها :



.... (وَصفُ النَّمطِ:تكرار ▲●■)



.... (وَصفُ النَّمطِ : تكرار ◆●)

تَدْرِيبُ (١) اكْتشفِ النَّمطِ فِيمَا يَلى ، واكتبْ وصْفهُ وأَكملْ تِكرارَهُ مَرَّتين :

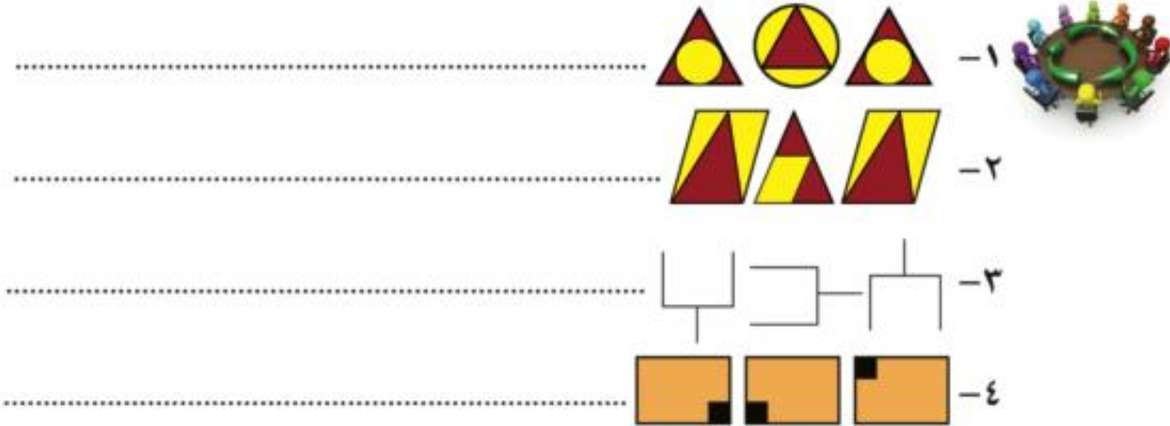
-  ....

(وَصفُ النَّمطِ :.............)

-  ....

(وَصفُ النَّمطِ :............)

تدريب (٢) نَاقشْ مَعَ أفرادِ مَجموعتِكَ ثُمْ ارسُمِ الشَّكلَ التَّالِي فِى كُلِّ نَمطٍ عَلَى حِدةٍ فِيمَا يَلى :



١- ....

٢- ....

٣- ....

٤- ....

تدريب (٣) دَرستَ الأَشكالَ الهَندسيةَ التَّالِيةَ ، كَوِّنْ مِنهَا أَنماطًا بصرية وصِفْ كُلَّ نَمطٍ وكرِّرهُ مَرتينِ كمَا بِالمِثالِ :

الأَشكالُ :

مثال : .... (وَصفُ النَّمطِ : تَكرارُ)

١- .... (وَصفُ النَّمطِ ....)

٢- .... (وصفُ النَّمطِ :........................)

تدريب (٤) فِى حَياتِنَا الطَّبيعيةِ أَنماطٌ بَصريةٌ كَثيرةٌ :

اكْتشفِ النَّمطِ فِى كُلِّ حَالةٍ ممَّا يَلى ولوِّنهُ بِلونٍ مُناسبٍ :









٣ الحجوم

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- مفهوم المجسم .
- مفهوم الحجم .
- تحديد وحدات قياس الحجم .
- حساب حجم مجسم عن طريق عد الوحدات المكونة له .
- التحويل من وحدة قياس حجم إلى وحدة أخرى .

المفاهيم الرياضية

- المجسم .
- الحجم .
- الديسيمتر المكعب .
- المتر المكعب.
- المليمتر المكعب .

أ - المُجسّمات :

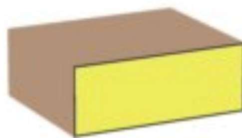
دَرستَ فِى السَّنواتِ المَاضيةِ المُجسماتِ وعَلمتَ أَنَّ:

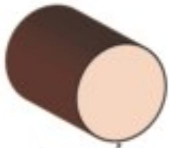
كُلَّ مَا يَلى يُمثلُ مُجسمًا : علبةُ الأَدواتِ الهَندسية ، القَلمُ ، عَلبةُ الكبريتِ ، جِهازُ المَحمولِ ، زُجاجةُ المِياه، مُكعبُ الأَلعابِ ، الكُرةُ ، الأُتوبيسُ ، السَّيارةُ ، المَنزلُ الَّذى نَعيشُ فيه .... الخ.

مَعنَى ذَلِك أَنَّ كل مايشغل حيزا من الفراغ يسمى مجسم

لاحِظْ أنَّ : المُجسماتُ نَوعانِ : مُجسماتٌ لهَا شَكلٌ هَندسيٌّ؛ مِثلُ :


المُكعبُ


مُتوازِى المُستطيلاتِ


الأُسطوانَةُ


الكُرةُ


الهَرمُ


المَخروطُ

ومُجسماتٌ ليسَ لَها شَكلٌ هَندسيٌّ مِثلُ :

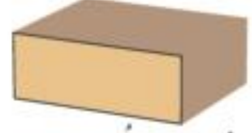

قِطعةُ الحَجرِ


قَواقِعُ بَحريةٌ


السَّيارةُ

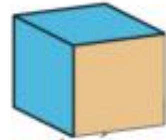

مَنزِلٌ مُنهارٌ

سوف نهتم هذا العام بمجسمين هما :


مُتوازى المُستطيلات

- مُتوازى المُستطيلات

- لَهُ ستةُ أوجهٍ كُلُّها مُستطيلاتٌ .
- له ١٢ حرفًا ، ٨ رُءوس .
- كُلُّ وَجهينِ مُتقابلينِ مُتساويانِ فِى المسَاحةِ ومُتَوازيـان.
- كُلُّ وَجهينِ يَتقـاطعانِ معًا فِى قِطعةٍ مُستقيمةٍ تُسمَّى حَرفاً .


المُكعبُ

المُكعبُ :

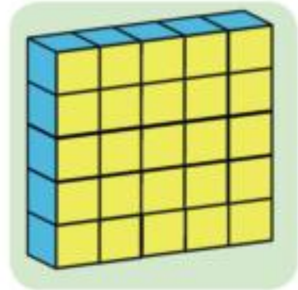
- له ستة أوجه كلها مربعات متطابقة .
- لَهُ ١٢ حَرفًا جَميعُها مُتساويةٌ ، وَلهُ ٨ رءوس .

ب–الحَجمُ : إذَا كَانَ الجِسمُ هُوَ كل ما يشغل حَيزًا مِنَ الفَراغ . فَإِنَّ :

الحجم: هُوَ مقدار الحيز الذي يشغله الجسم من الفراغ.

كَيفَ يُمكنُ قِياسُ الحَجم ؟

– يُمكنُ اتِّخاذُ أىِّ مُجسم واعْتبارُهُ وحدةً لِقياسِ الحَجم مثلُ: علبةِ الكبريت – مُكعبِ الألْعاب – قِطعةِ الصَّابونِ – عُلبةِ العَصيرِ .... إلخ . ويكونُ حَجمُ المُجسمِ فِى هَذهِ الحَالةِ : عَددَ مَا يَحتويهِ المُجسمُ مِنْ هَذهِ الوحداتِ .


عَددُ قِطعِ الصَّابونِ = ٢٥ قِطعةً
إذنْ حَجمُ المُجسمِ = ٢٥ قِطعةً


عَددُ علبِ العَصيرِ = ١٨علبة
إذنْ حَجمُ المُجسمِ = ١٨ علبة


عَددُ عُلبِ الكَبريتِ = ٩علب
إذنْ حَجمُ المُجسمِ = ٩ علب

تدريب (١) كَوَّنَ كلٌ مِنْ (نَدى ومَريمَ وعُمرَ ومَاجِدِ) تَلاميذُ بالصَّفِّ السَّادسِ مُجسماتٍ مِنْ مُكعباتِ الألعابِ ، بِاعتبارِ المُكعبِ الوَاحدِ هُوَ وحدةُ الحَجمِ . أَكملِ الجَدولَ التَّالى:

مجسم ماجد	مجسم ندى	مجسم عمر	مجسم مريم
عــدد المكعبـــات = ...	عــدد المكعبـــات = ...	عــدد المكعبـــات = ...	عــدد المكعبـــات = ...
الحجم = ...	الحجم = ...	الحجم = ...	الحجم = ...

– مِنَ الجَدولِ السَّابقِ قَارنْ :

– المُجسمُ الَّذى كَونهُ عُمرُ يَشغلُ حَيزًا مِنَ الفَراغِ .... مُجسم نَدى .

– المُجسمُ الَّذى كَونهُ ماجدُ يَشغلُ حَيزًا مِنَ الفَراغِ .... مُجسم مَريم .

– المُجسمُ الَّذى كَونهُ عُمرُ يَشغلُ حَيزًا مِنَ الفَراغِ .... مُجسمُ مَريمَ.

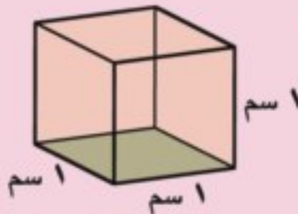


لاحظْ :

الوحدَاتُ السَّابقةُ المُستخدمةُ (قِطعُ الصَّابونِ – عُلبُ الكَبريتِ – مُكعباتُ الأَلعابِ ...إلخ) لِيستْ وحداتٍ متفقٌ عليها عَالميًا لِقياسِ الحَجمِ ، فَحجمُ المُجسمِ يَختلِفُ بِاخْتلافِ الوِحدَةِ المُستخدمةِ فِى القِياسِ وَبِاخْتلافِ الشَّخصِ الَّذى يَستَخدِمُها. لِذَا كَانَ لابدَّ مِنَ البَحثِ عَنْ وحداتٍ ثَابتةٍ مُتفقٍ عَليها عَالميًا لِقياسِ الحَجمِ .

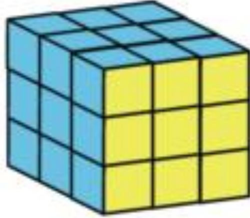
– وَقدِ اتفقَ عَلَى أَنْ يَكونَ المُكعبُ الَّذى طُولُ حَرفهِ (١ سم) كَمَا بِالشَّكلِ المُقابلِ هُوَ وحدةُ قِياسِ الحَجمِ. أَىْ أَنَّ وَحدةَ قِياسِ الحَجمِ هِىَ :

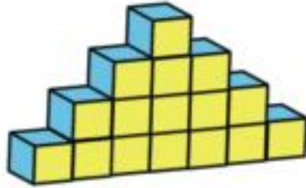
السَّنتيمتر المُكعبُ.

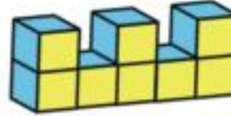


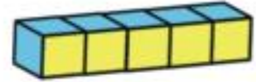
وهُوَحَجمُ مُكعبٍ طُولُ حَرفهِ (١ سم) ويرْمزُ لَهُ بِالرمزِ (١سم^{٣}) .

مثال (١) :
أوجدْ حَجمَ المُجسماتِ التَّالية باعتبارِ وحدةِ قياسِ الحَجم هِىَ السنتيمتر المكعب (١سم^{٣})


شكل (٤)


شكل (٣)


شكل (٢)


شكل (١)

الحَلُّ :

فى شَكلِ (١) عَددُ الوحداتِ المُكعبة = ٥ وحدات. إذنْ حَجمُ المُجسم = ٥ سم٣

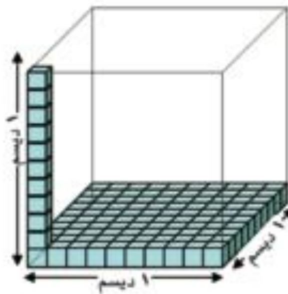
فى شَكلِ (٢) عَددُ الوحداتِ المُكعبة = ٨ وَحدات. إذنْ حَجمُ المُجسم = ٨ سم٣

فى شَكلِ (٣) عَددُ الوحداتِ المُكعبة = ١٦ وَحدةً. إذنْ حَجمُ المُجسم = ١٦ سم٣

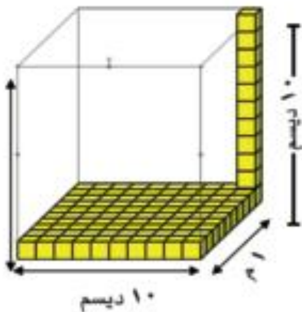
فى شَكلِ (٤) عَددُ الوحداتِ المُكعبة فى كُلِّ طَبقة = ٩ وَحداتٍ و المُجسمُ مُكونٌ منْ ثَلاثِ طَبقات **عدد الوحدات التى** يَتكونُ منهَا المُجسمُ = ٣ × ٩ = ٢٧ وحدةً. إذنْ حَجمُ المُجسم = ٢٧ سم^{٣}

وحداتٌ أُخرَى لقِياسِ الحُجوم :

أ – فى حَالةِ الحُجومِ الكَبيرة :



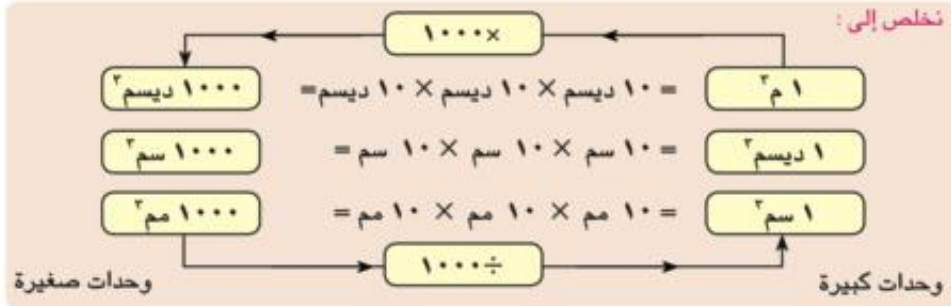
١– الديسيمتر المكعب : هُوَ حَجمُ مُكعبٍ طُولُ حَرفه ديسيمتر واحدٌ (١٠سم) كَمَا بالرسم ، ويرمزُ لَهُ بالرمزِ (ديسم^{٣}) . يُستخدمُ أحيانًا لحسابِ حَجم مُجسماتٍ مثل : الصَّناديقِ الحَديدية ، كرتونة تليفزيون أوْ غَسالة أو كُمبيوتر..الخ، ويَتكونُ كَمَا بالشَّكلِ منْ عَشرِ طَبقاتٍ بكلِّ طَبقة ١٠٠ سم^{٣}



٢– المتر المكعب : هُوَ حَجمُ مُكعبٍ طُولُ حَرفه (١ متر) كَمَا بالشَّكل ، ويَرمزُ لَهُ بالرمزِ (متر^{٣}) أو (م^{٣}) . ويُستخدمُ أحيانًا فى حسابِ حَجم حَاوياتِ البَضائعِ أوْ خَزاناتِ المَياه أو العماراتِ السَّكنية ....إلخ .
ويَتكونُ كَمَا بالشَّكلِ منْ عَشرِ طَبقاتٍ بكلِّ طَبقة ١٠٠ ديسم^{٣}

ب – فى حَالةِ الحُجومِ الصَّغيرة :

المليمتر المكعب: هُوَ حَجمُ مُكعبٍ صَغيرٍ طُولُ حَرفه ١ ملليمتر ، ويُرمزُ لَهُ ملليمتر مكعب (مم^{٣}) . ويُستخدَمُ فِى حَالةِ حِسابِ الحُجومِ الصَّغيرة .



لاحظ : عِندَ التَّحويلِ مِنْ وَحداتِ حَجمٍ كَبيرةٍ إلى وَحداتِ حَجمٍ أصغرَ نَستخدمُ عَمليةَ الضَّربِ .
عِندَ التَّحويلِ مِنْ وحداتِ حَجمٍ صَغيرةٍ إلى وحداتِ حَجمٍ أكبرَ نَستخدمُ عَمليةَ القِسمةِ .

مثال (٢) : حَوِّلْ كُلَّ وَحدةِ حَجمٍ ممَّا يَلي إلى وَحدةِ الحَجمِ المُقابلةِ :

(١) ٤ م^{٣} = ... = ... ديسم^{٣} (٢) ٧٠٠,٥ سم^{٣} = ... = ... مم^{٣}

(٣) ٣٠٠ مم^{٣} = ... = ... سم^{٣} (٤) ٦٥٠٠ ديسم^{٣} = ... = ... م^{٣}

الحَلُّ :

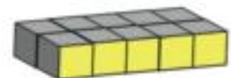
(١) ٤ م^{٣} = ٤ × ١٠٠٠ = ٤٠٠٠ ديسم^{٣}

(٢) ٧٠٠,٥ سم^{٣} = ٧٠٠,٥ × ١٠٠٠ = ٧٠٠٥٠٠ مم^{٣}

(٣) ٣٠٠ مم^{٣} = ٣٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٠,٣ سم^{٣}

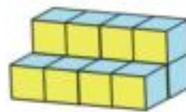
(٤) ٦٥٠٠ ديسم^{٣} = ٦٥٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٦,٥ م^{٣}

تدريب (٢) احْسبْ حَجمَ كُلِّ مُجسمٍ مِما يَلي عَلى حِدةٍ بِاعتبارِ وحدةِ قِياسِ الحَجمِ هِيَ (سم^{٣}) :



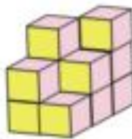
شكل (١)

عَددُ الوَحداتِ المُكعبةِ = ...
إذنْ حَجمُ المُجسمِ = ... سم^{٣}



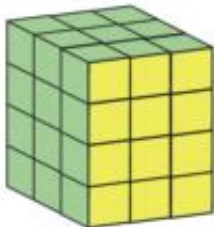
شكل (٢)

عَددُ الوَحداتِ المُكعبةِ = ...
إذنْ حَجمُ المُجسمِ = ... سم^{٣}



شكل (٣)

عَددُ الوَحداتِ المُكعبةِ = ...
إذنْ حَجمُ المُجسمِ = ... سم^{٣}



شكل (٤)

عَددُ الوَحداتِ المُكعبةِ = ...
إذنْ حَجمُ المُجسمِ = ... سم^{٣}

٤ حَجمُ مُتوازِى المُستطيلاتِ

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

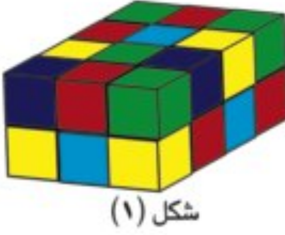
من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- حساب حجم متوازى المستطيلات بطرق مختلفة.
- حل تطبيقات متنوعة على حساب حجم متوازى المستطيلات

المفاهيم الرياضية

- متوازى المستطيلات.
- الحجم.

فكِّرْ وناقشْ :


شكل (١)

طلبَ مُعلمُ رياضياتٍ منْ التَلاميذِ العَملَ فى ثُنائياتٍ باسْتخدامِ مُكعباتِ الألعابِ بإعتبار المكعب الواحد وحدة حجم وطول حرفه وحدة طول لتكوينِ مُتوازى مُستطيلاتٍ أبعادُهُ هىَ: الطَولُ٤ وحدات ، العَرضُ٣ وحداتٍ ، الارْتفاعُ وحدتان. بَعدَ إتاحةِ فُرصةٍ مُناسبةٍ اخْتارَ المُعلمُ تَصميمَ (عُلا ونَبيلة) بالشكلِ (١) المقابلِ، وطلبَ منهُما عَرضَ الفكرةِ أمامَ زُملائهمَا .

عُلا فَكرنَا مَعًا فى تَكوينِ الطَّبقةِ الأُولَى وَهىَ منْ ثَلاثةِ صُفوفٍ مُتلاصقةٍ بكلِّ صَفٍّ ٤ مُكعباتٍ ، فَأصبحَ طُولُ الطَّبقة٤ وحدات ، وعَرضُها ٣ وحداتٍ كمَا بالشَّكلِ (٢) .


شكل (٢)

نَبيلةُ : كَوَّنَّا الطَّبقةَ الثَّانيةَ بِنَفسِ تَصميمِ الطَّبقةِ الأُولَى ووضَعْنَاهَا فوقَ الطَّبقةِ الأُولَى.فَنتجَ مُتوازى المُستطيلاتِ المَطلوبُ (شكل (١)).

المُعلمُ : شُكرًا لَكُمَا – السُّؤالُ الآنَ : كَيفَ يُمكنُ حسابُ حَجمِ مُتوازَى المُستطيلاتِ النَّاتجِ؟

مُحمدُ : الحَجمُ هُوَ الحيزُ الَّذى يَشغلُهُ مُتوازى المُستطيلاتِ منَ الفَراغِ .

المُعلمُ : رَائعٌ – لَكنْ كيفَ نَحسبُ هَذَا الحيزَ؟

عَادلُ : نَقومُ بعدِّ وحداتِ الحَجمِ المُستخدمةِ وَهىَ مُكعباتُ الأَلعابِ.

المُعلمُ : إجابةٌ مُمتازةٌ – لَكنْ كَيفَ يَتمُّ ذَلكَ ؟

ميرنَا : نَعدُّ وحداتِ الحَجمِ بِالطبقةِ الأُولى ، وهِىَ ثَلاثةُ صُفوفٍ بكلِّ صَفٍّ ٤ مُكعباتٍ ، فَيكونُ حَجمُها ٤×٣ = ١٢ مكعبًا.

المُعلمُ : أَحسنتِ – ومَاذَا بَعدُ ؟

أَحمدُ : نَحسبُ حَجمَ الطبقةِ الثَّانيةِ بِنفْسِ الطَّريقةِ فَيكونُ حَجمُها =٤×٣ =١٢مكعبًا

المُعلمُ : رَائعٌ – ومَاذَا بَعدُ؟

عُمرُ: نَجمعُ وحداتِ الحَجمِ بالطَّبقتين فيكونُ حَجمُ مُتوازِى المُستطيلاتِ النَّاتجُ = ١٢ + ١٢ = ٢٤ مكعبًا.

المُعلمُ : إجابةٌ مُمتازةٌ – مَنْ يَتوصَّلْ لنفسِ النَّاتجِ بطريقةٍ أُخرَى؟

كَرمينا: نَضربُ حَجمَ الطَّبقةِ الوَاحدةِ × ٢ فيكونُ حَجمُ مُتوازِى المُستطيلاتِ = (٤ × ٣) × ٢ = ٢٤ مكعبًا.

المُعلمُ : أحسنتِ – لكنْ مَا المَقصودُ بـ ٤ × ٣ × ٢ ؟

مِينَا : تُمثلُ حَاصلَ ضَربِ وحداتِ الطُّولِ × وحداتِ العَرضِ × وحداتِ الارْتفاعِ .

المُعلمُ : رَائعٌ – مَنْ يُعبِّرُ عَنْها بشكلٍ آخرَ ؟

خَالدُ : حَاصلُ ضَربِ الأبعادِ الثَّلاثةِ لمُتوازِى المُستطيلاتِ.

المُعلمُ : إجابةٌ مُمتازةٌ – لَكنْ مَا المَقصودُ بـ (الطُّولِ × العَرضِ)؟

فَادى : تُمثلُ مساحةَ سَطحِ القَاعدةِ.

المُعلمُ : رَائعٌ – مَنْ يُعبرُ الآنَ عَنْ حَجمِ مُتوازِى المُستطيلاتِ بطَريقةٍ أُخْرى ؟

زَينبُ : حَجمُ مُتوازِى المُستطيلاتِ = مُساحةُ القَاعدةِ × الارْتفاعِ.

المُعلمُ : إجابةٌ صَحيحةٌ الآنَ منْ يُلخِّصُ لنَا العباراتِ الرِّياضيةَ لِحسابِ حَجمِ مُتوازِى المُستطيلاتِ.

مُصطفَى : تَصلحُ أربعُ عباراتٍ هِيَ:

حجم متوازي المستطيلات = عدد وحدات الحجم المكونة له .

= حاصل ضرب الطول × العرض × الارتفاع

= حاصل ضرب أبعاده الثلاثة .

= مساحة القاعدة × الارتفاع .

المُعلمُ : أَحسنتَ – مَا حَجمُ مُتوازِى المُستطيلاتِ بالشكلِ (١) إذَا تَمَّ تَدويرُهُ كَمَا بالشكلِ (٣)



شكل (٣)

نَادى : الحَجمُ = مُساحةُ القَاعدةِ × الارْتفاعِ .

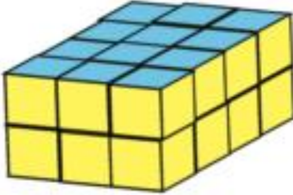
= (٤ × ٢) × ٣ = ٢٤ مُكعبًا.

المُعلمُ : إجابةٌ رَائعةٌ – مَا مَعنَى ذَلكَ منْ وجهةِ نَظركُمْ .

حَسنٌ : الحَجمُ لَا يَختلفُ وبذلكَ يُمكنُ اعْتبارُ أيِّ وَجهٍ قَاعدةً فيكونُ:



حجم متوازي المستطيلات = مساحة سطح أي وجه × الارتفاع المناظر .



شكل (٤)

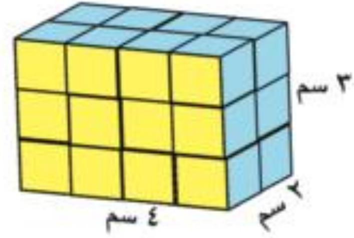
المُعلم : إجابةٌ مُمتازةٌ – والآنَ مَاذَا لَوْ أَصبحتْ وحداتُ الحَجم المُكونةُ لمتوازِى المُستطيلاتِ هِىَ السَّنتيمترات المكعبةُ (سم^3) بَدلاً منْ مُكعباتِ الأَلعابِ كَمَا بِشَكلِ (٤) – كَمْ يَكونُ حَجمُهُ؟

شَادى : السم^3 هُوَ وَحدةُ قِياسِ الحَجم فيكونُ:

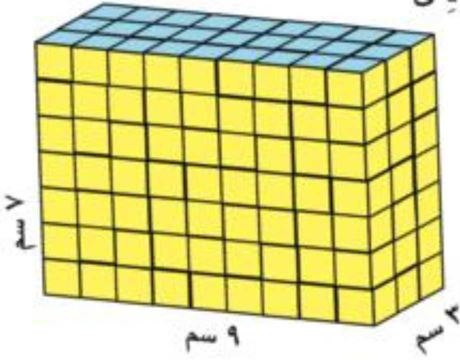
حَجمُ مُتوازِى المُستطيلاتِ فِى هَذه الحَالة = ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤ سم^3

المُعلمُ : أَحسنتَ ، إجابةٌ رَائعةٌ ، شُكرًا لَكُمْ جَميعًا.

مثال (١) : أوجدْ حَجمَ مُتوازِى المُستطيلاتِ فِى كُلِّ حَالةٍ مِمَّا يلِّى :



شكل (١)



شكل (٢)

الحلُّ :

فِى شكل (١) : حَجمُ مُتوازِى المُستطيلاتِ

= الطُّولُ × العَرضِ × الارْتفاع

= ٤ × ٢ × ٣ = ٢٤ سم^3 .

فِى شكل (٢) : حُجمُ مُتوازِى المُستطيلاتِ

= مِساحةُ القَاعدةِ × الارْتفاع .

= (٩ × ٣) × ٧ = ١٨٩ سم^3 .

لاحظْ: نستنتج من شكل (٢):

مساحة قاعدة متوازي المستطيلات = $\frac{\text{حجم متوازي المستطيلات}}{\text{الارتفاع}}$

ارتفاع متوازي المستطيلات = $\frac{\text{حجم متوازي المستطيلات}}{\text{مساحة القاعدة}}$



مثال (٢) : فِى الشَّكلِ المقَابلِ : مُتوازِى مُستطيلاتٍ حَجمُه ٢١٢٨سم٣ ، طولُهُ ١٩سم ، وارْتفاعُهُ ١٤سم . أَوجْد مِساحةَ قَاعدِته وعَرضِه .

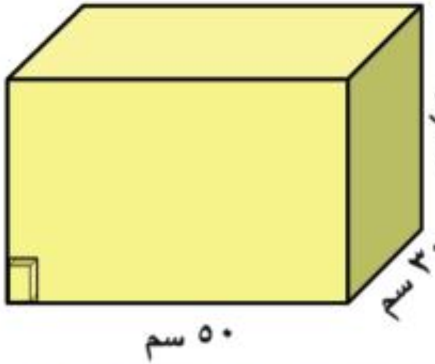
الحَلُّ : حَجمُ مُتوازِى المُستطيلاتِ = مِساحةُ القَاعدةِ × الارْتفاعِ .

أَى أَنَّ ٢١٢٨ = مِساحةَ القَاعدةِ × ١٤

مَعنَى ذَلكَ أَنَّ مِساحةَ القَاعدةِ = $\frac{٢١٢٨}{١٤}$ = ١٥٢ سم^٢

وحَيثُ أَن مِسَاحةَ القَاعدةِ = الطُّولُ × العَرضِ أَىْ أَنّ ١٥٢ = ١٩ × العَرضِ

مَعنَى ذَلكَ أَنَّ العَرضَ = $\frac{١٥٢}{١٩}$ إِذنْ العَرضِ = ٨ سم .



مثالُ (٣): صُندوقٌ مِنَ الكَرتونِ علَى شَكلِ مُتوازِى مُستطيلاتٍ أَبعادُه مِنَ الدَّاخلِ ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠ مِنَ السنتيمترات ، كَمْ قِطعةَ صَابونٍ يُمكنُ وَضْعُها دَاخلَ الصُّندوقِ ليمتلئَ تَمامًا إِذاَ كَانتْ أَبعادُ قِطعةِ الصَّابونِ هِى : ٨ ، ٥ ، ٣ مِنَ السنتيمترات.

الحَلُّ : حَجمُ الصُّندوقِ = ٥٠ × ٤٠ × ٣٠ = ٦٠٠٠٠ سم^٣.

حَجمُ قِطعةِ الصَّابَونِ = ٨ × ٥ × ٣ = ١٢٠ سم^٣.

عَددُ قِطعِ الصَّابونِ = $\frac{\text{حجم الصندوق}}{\text{حجم قطعة الصابون}}$ = $\frac{٦٠٠٠٠}{١٢٠}$ = ٥٠٠ قِطعةَ صَابونٍ.

* لا يتم إجراء عملية القسمة (كما جاء فى مثال ٣) إلا إذا كانت أبعاد القطعة من قواسم أبعاد الصندوق.

مثالُ (٤) : اسْتخَدمَ عَاملُ بِناءٍ ١٥٠٠ قَالبَ طُوبٍ فِى إِقامةِ جِدارٍ، احسبْ حَجمَ الجِدارِ بِالمترِ مُكعبٍ إِذَا كَانَ قَالبُ الطُّوبِ عَلى شَكلِ مُتوازِى مُستطيلاتٍ أَبعادهُ ٢٥ ، ١٢ ، ٦ مِنَ السنتيمترات .

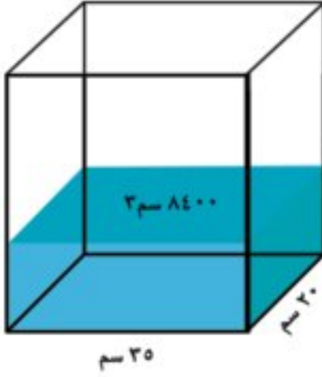


الحَلُّ : حَجمُ قَالبِ الطُّوبِ الوَاحدِ = ٢٥ × ١٢ × ٦ = ١٨٠٠ سم^٣.

حَجمُ الجِدارِ = ١٨٠٠ × ١٥٠٠ = ٢٧٠٠٠٠٠ سم^٣.

أَىْ أَنَّ: حَجمَ الجِدارِ بِالمْترِ المكعب = $\frac{٢٧٠٠٠٠٠}{١٠٠٠٠٠٠}$ = ٢,٧ م^٣ .

مثال (٥):



صُبَّ ٨٤٠٠ سم٣ منَ المَاءِ فِى إناءٍ عَلَى شَكلِ مُتوازِى مُستطيلات أَبعادُهُ منَ الدَّاخلِ ٢٠ ، ٣٥، ٤٥ من السنتيمترات .

أوجدْ : ١- ارْتفاعَ المَاءِ فِى الإناءِ.

٢- حَجمَ المَاءِ الَّذِى يَلزمُ إِضافَتهُ لِملءِ الإناءِ تَمامًا.

الحَلُّ :

١- المَاءُ بَعدَ صَبِّهِ فِى الإناءِ يَأخذُ شَكلَ مُتوازِى المُستطيلاتِ مَعنَى ذَلِكَ أَنَّ :

حَجمَ المَاءِ بِالإناءِ = مِساحةَ القَاعدةِ × الارْتفاعِ.

أَىْ أَنَّ ٨٤٠٠ = (٣٥ × ٢٠) × الارْتفاعِ .

إذنْ : ارْتفاعُ المَاءِ = $\frac{٨٤٠٠}{٣٥ \times ٢٠}$ = $\frac{٨٤٠٠}{٧٠٠}$ = ١٢ سم .

٢- حَجمُ المَاءِ الَّذِى يَلزمُ إِضَافتهُ لِملءِ الإناءِ تَمامًا ، يَتمُّ ذَلِكَ بِطريقتينِ :

الطَّريقةُ الأُولَى :

حَجمُ الإناءِ كُلِّهِ = ٢٠ × ٣٥ × ٤٥ = ٣١٥٠٠ سم٣

إذنْ : حَجمُ المَاءِ الَّذِى يَلزمُ إِضافتُهُ = حَجمُ الإناءِ – حَجمُ المَاءِ المَوجودِ

= ٣١٥٠٠ – ٨٤٠٠ = ٢٣١٠٠ سم٣

الطَّريقةُ الثَّانيةُ : حِسابُ حَجمِ الجُزءِ الفَارغِ مِنَ الإناءِ

حَجمُ المَاءِ الَّذِى يَلزمُ إِضافتُهُ = ٣٥ × ٢٠ × (٤٥ – ١٢)

= ٣٥ × ٢٠ × ٣٣ = ٢٣١٠٠ سم٣

٥ حجم المكعب

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- حساب حجم المكعب بطرق مختلفة.
- حل تطبيقات متنوعة على حساب حجم المكعب.

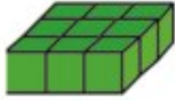
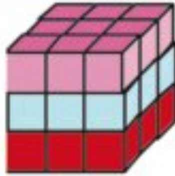
المفاهيم الرياضية

- حجم المكعب

فَكِّرْ وناقِشْ :



مُتوازى مُستطيلاتٍ

مكعب

الشَّكلُ (١) مُتوازى مُستطيلاتٍ منْ مُكعباتِ الألعابِ ، يَتكونُ منْ أربعِ طَبقاتٍ بِكلِّ طَبقة ثَلاثةُ صُفوفٍ ، وبكلِّ صَفٍّ ثَلاثةٌ مُكعباتٍ. مَا المُجسمُ النَّاتجُ إذا تَمَّ رَفعُ الطَّبقةِ العُليا كَمَا بِشكلِ (٢).

لاحِظْ أَنَّ : الشَّكلَ النَّاتجَ كَمَا تَعلمُ مُكعبٌ لأَنَّ أوجهَهُ متطابقة وَأَحرفه مُتساويةٌ .

مَعنَى ذَلِك أَنَّ : المُكعبَ حَالةٌ خَاصةٌ مِنْ مُتوازِى المُستطيلاتِ وهِىَ :

عِندمَا يَكونُ (طُولُهُ = عَرضَهُ = ارْتفَاعَهُ) .

أَىْ أَنَّ المكعب هُوَ : مُتوازى مستطيلات أبعاده الثلاثة متساوية .

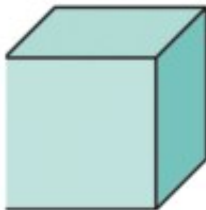
حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

حجم المكعب = طول الحرف × طول الحرف × طول الحرف



مثالٌ (١) :

أَوجِدْ حَجمَ مُكعبٍ طُولُ حَرفِه ٤ سم .



الحَلُّ :

حَجمُ المُكعبِ = طُولُ الحَرفِ × نَفْسِه × نَفسِه

= ٤×٤×٤ = ٦٤ سم^{٣}

مثال (٢) :

مُكعبٌ مُجموعُ أطوالِ أَحْرفِهِ ١٣٢ سم ، احْسِبْ حَجْمَهُ.

الحَلُّ :

المُكعبُ لَهُ ١٢ حَرفًا مُتساويًا . أى أن : طول حرف الكعب = $\frac{١٣٢}{١٢}$ = ١١سم .حجم المكعب =

١١ × ١١ × ١١ = ١٢١ × ١١ = ١٣٣١سم٣

مثال (٣) : مُكعبٌ مِساحةُ أَوجُهِهِ ٥٤ سم٢ . احْسِبْ حَجْمَهُ.

الحَلُّ :

المُكعَّبُ لَهُ ٦ أوجُهُ مُتساويةٌ في المساحة ، مِساحةُ الوَجْهِ الوَاحدِ = $\frac{٥٤}{٦}$ = ٩ سم^{٢} .

وحَيثُ إنَّ : مِساحةُ الوَجهِ الوَاحدِ = طُولُ الضِّلعِ × نَفسهِ

٩ = ؟ × ؟ أي أن ٩ = ٣ × ٣

طُولُ ضِلعهِ = ٣ سم إذنْ : حَجمُ المُكعبِ = ٣ × ٣ × ٣ = ٢٧ سم^{٣}

مثال (٤) :

مُكعبٌ مِنَ المَعدِنِ طُولُ حَرفهِ ٩سم ، يُرادُ صَهرُه وتَحويلهُ إلى سَبائكَ كل سبيكة عَلى شَكلِ مُتوازِى مُستطيلاتٍ أبعادُه ٣سم ، ٣سم ، ١سم .أَحْسِبْ عَددَ السَّبائِكِ الَّتى يَتمُّ الحُصولُ عَليها.

الحَلُّ :

حَجمُ مُكعبِ المَعْدِنِ = ٩ × ٩ × ٩ = ٧٢٩ سم^{٣}

حَجمُ السَّبيكةِ المَطلوبة = ٣ × ٣ × ١ = ٩ سم^{٣}

عدد السبائك الناتجة = $\frac{\text{حجم المكعب المعدن}}{\text{حجم السبيكة الواحدة}}$ = $\frac{٧٢٩}{٩}$ = ٨١ سبيكة .

٦ السعة

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- مفهوم السعة .
- وحدات قياس السعة .
- حل تطبيقات متنوعة عل حساب السعة .

المفاهيم الرياضية

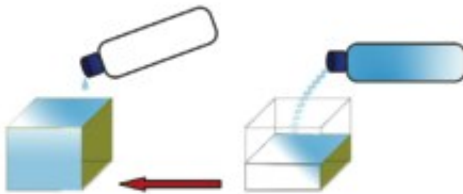
- السعة .
- اللتر .
- المليلتر .

فَكرْ وناقش :

السعة : هِيَ حَجم الفراغ الداخلي لأى مجسم أجوف .

وفى حَالة الأَوعية والأَوانى :

سعة الإنـاء : هِـىَ حجم السـائل الـذي يملـؤه تمامـاً. وتُقـاسُ سَعةُ الأَوانِى أَو الأَوعية بوحدة قِيـاسٍ تسمى الـلـترُ .



مَا اللّترُ ؟

الشَّكلُ السـابق يُوضـحُ زُجاجـةَ مـياهٍ مَعدنيـةٍ سِعتُها «١ لتر» ،وحَوضًا فـارغًا عَلَى شَكلِ مُكعبٍ طُـولُ حَرفِه مِـنَ الـداخـلِ «١ديسم» (١٠ سم) .

– عِندمَا يَتمُّ تفريغُ الزُّجاجةِ فِى الحَوضِ نجدُ أنهَا تَملؤُهُ تمامًا .

> نَستنتِجُ مِمَّا سَبقَ أنَّ :
>
> وحدة قياس السعة هي اللتر = ديسم٣ = ١٠٠٠سم٣
>
> لاحِظْ : مَنْ أَجزاءِ اللّترِ الشَّائعة لِقياسِ السَّعةِ المليلتر = ١سم٣ ورمزه (ملل)
>
> مَعنى ذَلك أنَّ : اللتر = ١٠٠٠ مليلتر

مثال (١) :عُلبةُ حَليبٍ سَعتُها ٢ لتر ، وعُلبةٌ أُخرى سَعتُها ٢٠٠ مليلتر . كَمْ عُلبةً مِنَ النَّوعِ الثَّانِى نَحتاجُها لِتسَعَ عُبوةَ العُلبةِ الأُولى تمامًا.

الحَلُّ :

$$\text{عدد العلب المطلوبة} = \frac{\text{سعة العلبة الكبيرة}}{\text{سعة العلبة الصغيرة}} = \frac{٢٠٠٠}{٢٠٠} = ١٠ \text{ عُلبٍ .}$$

العلاقة بين وحدات الحجم ووحدات السعة :

ديسم^{٣} = ١٠سم × ١٠سم × ١٠سم = ١٠٠٠ سم^{٣} = ١ لتر

متر^{٣} = ١٠ديسم × ١٠ديسم × ١٠ديسم = ١٠٠٠ديسم^{٣} = ١٠٠٠ لتر

سم^{٣} = ١٠مم × ١٠مم × ١٠مم = ١٠٠٠ مم^{٣} = ١ مليلتر

مثال (٢) : حَوِّلْ مَا يَلى إلَى لترات :

(أ) ٥٦٠٠ سم٣ (ب) ٠,٢٣ م٣ (جـ) ٩,٥٢ ديسم٣

الحلُّ : (أ) ٥٦٠٠ سم^{٣} = ٥٦٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٥,٦ لتراً.

(ب) ٠,٢٣ م^{٣} = ٠,٢٣ × ١٠٠٠ = ٢٣٠ لتراً .

(جـ) ٩,٥٢ ديسم^{٣} = ٩,٥٢ لتراً.

مثال (٣) : حَوِّلْ مَا يلى إلى سم^{٣} :

(أ) ٤,٦٣ لتراً (ب) ٥٥ ملليلتر (جـ) ٠,٦٦ م^{٣}

الحلُّ : (أ) ٤,٦٣ لتراً = ٤,٦٣ × ١٠٠٠ = ٤٦٣٠ سم^{٣}

(ب) ٥٥ مليلتر = ٥٥ سم^{٣}

(جـ) ٠,٦٦ م٣ = ٠,٦٦ × ١٠٠٠٠٠٠ = ٦٦٠٠٠٠ سم^{٣}

مثال (٤) :حَمامُ سباحةٍ علَى شَكلِ مُتوازِى مُستطيلاتٍ أبعادُهُ منَ الداخلِ هِىَ : ٤٠ م ، ٣٠ م ، ١,٨ م ، أوجدْ سَعتَهُ باللتراتِ.

الحَلُّ :

حَجمُ حَمامِ السِّباحةِ منَ الدَّاخلِ = ٤٠ × ٣٠ × ١,٨ = ١٢٠٠ × ١,٨ = ٢١٦٠م^{٣}

السَّعةُ باللترِ = ٢١٦٠ × ١٠٠٠ = ٢١٦٠٠٠٠ لتر .

الوحدة الرابعة

الإحصـــــاء

الدرس الأول: أنواع البيانات الإحصائية.

الدرس الثانى: تجميع البيانات الإحصائية الوصفية.

الدرس الثالث: تجميع البيانات الإحصائية الكمية.

الدرس الرابع: تمثيل البيانات الإحصائية بالمنحنى التكرارى.

١ أَنْوَاعُ البَيَانَاتِ الإحصائِيَّةِ

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- معنى البيانات الوصفية.
- معنى البيانات الكمية.
- إكمال كتابة بيانات وصفية وأخرى كمية.
- تصنيف مجموعة بيانات إلى وصفية وكمية.

المفاهيم الرياضية

- بيانات وصفية.
- بيانات كمية.
- استمارة بيانات.
- قاعدة بيانات.

فَكِّرْ وَنَاقِشْ:

هَانِى تلميذ بالصف السادس ذَهَبَ مَعَ وَالِدَتِه إلَى المُسْتَشْفَى لِتَوقِيعِ الكَشْفِ الطِّبى، طَلَبَ مِنهُ المُوظفُ استِكمَالَ بَيانَاتِ اسْتِمَارَةِ الكَشْفِ. سَأَلَ هَانِى وَالِدتَهُ عَنْ البَيَانَاتِ المَطلُوبِ استِكمَالُهَا. أَجَابَتْ وَالِدَتُهُ: تُوجَدُ بَيَانَاتٌ تَتَطلبُ كِتابَةَ أرقَامٍ مِثلَ: السِّن، تَارِيخ الكَشفِ، تَارِيخ المِيلاد، الطُّولِ، الوَزنِ، دَرجةِ الحَرارَةِ ... إلخ. وَتُوجَد بَيانَاتٌ أُخْرَى تَتطلَّبُ كِتابَةَ كَلماتٍ أَو عِبَارَاتٍ وَصفِيةٍ مثل: الاسْمِ، النَّوعِ (ذَكر – أُنثَي) الحَالَةِ الاجْتِماعيةِ (مُتزوِّج– أَعزَب...)، الحَالَةِ التَّعلِيمِيةُ (أُمِّي– مُتعلِّم)، مَكَانُ المِيلادِ، العُنوانِ، فَصِيلةُ الدَّمِ (O ،B ،A) ...... إلخ. من خلالِ حوارِ هَانِى مَعَ وَالِدتهِ يَتَّضِحُ أَنَّ: البَيانَاتِ الإحصائِيَّةِ الَّتِى نَستَخدِمُهَا فِى حَيَاتِنَا اليَومِيَّةِ نَوعَانِ رَئِيسَانِ هُمَا:

المستشفي التخصصي
استمارة توقيع كشف طبي

الاسم: ....
السن: ....
تاريخ الكشف: ...... / ...... / 20
النوع: ☐ ذكر – ☐ أنثي
تاريخ الميلاد: ...... / ...... / 20
مكان الميلاد: ....
الحي السكني: ....
الحالة الاجتماعية: ....
الحالة التعليمية: ....
نوع المرض: ....
درجة المرض: ....
الطول: ....
الوزن: ....
درجة الحرارة: ....
فصيلة الدم: ....

١– **بَيانَاتٌ وَصفِيةٌ** : هِى بَيانَاتٌ تُكتَبُ فِى صُورَةِ صِفاتٍ لِوصْفِ حَالَةِ أفرَادِ المُجتَمعِ مثلَ: اللَّونِ المُفضَّلِ، الأَكلِ المُفضلِ، مَكَانِ المِيلادِ، الحَالَةِ الاجتمَاعيةِ، الحَالَةِ التَّعليمِيَّةِ، الحَالَةِ المِهنيَّةِ .... إلخ.

٢– **بَيَانَـاتُ كَميــةُ**: هِىَ بَيانَاتٌ تُكتَبُ فِى صُورَةِ أَعـدَادٍ للتعبيرِ عَنْ قِياسِ ظَاهِرَةٍ مُعينَةٍ مِثلَ: العُمرِ، الطُّولِ، الـوَزنِ، مَقاسِ الحِـذاءِ، عَددِ الأَبناءِ، دَرجَـةِ الطَّالبِ فِى الاختِبارِ....... إلخ .

تَدْرِيبٌ (١) الشَّكْلُ التالى يُوضِّحُ نَموذَجٌ لاستِمَارَةِ التِحاقِ زَمِيلٍ لَك بِنشَاطٍ رِياضِيٍّ خِلالَ الأَجَازةِ الصَّيفيةِ بِأَحدِ الأَنديةِ الرِّيَاضِيَّةِ القَرِيبَةِ مِن مَسكَنِه .

افْحَصْهَا جَيِّدًا ثُمَّ أَجِبْ عَمَّا يَلِي:

(أ) يُوجَدُ بِالاستِمارَةِ بَيانَاتٌ وَصفِيَّةٌ مِثْل:

 .... ، .... ، .... ، ....

(ب) يُوجَدُ بِالاستِمارَةِ بَيانَاتٌ كَمِيَّةٌ مِثْل:

 .... ، .... ، .... ، ....

(جـ) سَجِّل اسْمَك بِالبِطَاقَة، ثُمَّ استَكْمِلْ أَحدَ البَيانَاتِ الوَصفِيةِ وَأَحَد البَيانَاتِ الكَميَّة.

نموذج استمارة التحاق بالنشاط الرياضى

الاسم : ....

تاريخ الميلاد : .... / .... / ٢٠

مكان الميلاد : ....

السن : ....

الجنسية : ....

الديانة : ....

النوع : ☐ ذكر – ☐ أنثى .

النشاط الرياضى : ....

الفترة : من .... إلى ....

التليفون : منزل .... محمول ....

التوقيع : ....

لاحظ أن :



استمارة البيانات : هى استمارة تتضمن مجموعة من البيانات الوصفية والكمية تخص شخص معين أو شئ ما.

تَدْرِيبٌ (٢) الأُستَاذُ خَالدٌ رَائدٌ لأَحد الفُصُولِ بِالصَّفِّ السَّادسِ بِإِحْدَى المَدَارِسِ الابتِدَائيةِ، أَرَادَ أَنْ يُكَوِّن قَاعِدَةَ بَيَانَاتٍ عَنْ تَلَامِيذِه فَصمَّمَ الجَدولَ التَّالِي :

م	الاسم	العمر: الشهر	العمر: السنة	الطول بالسم	كيفية الوصول إلى المدرسة	النشاط المفضل		
١	أحمد عمر	٦	١١	١٤٧	سيرًا	إذاعة مدرسية		
٢	عادل سيد	–	١٢	١٥٠	أتوبيس	كشافة		
٣	نرمين نبيل	٧	١١	١٤١	تاكسى	صحافة مدرسية		
..	....	......	......	....	....	....		

تَأَملِ الجَدوَلَ السَّابِقَ وَأَجِبْ عَمَّا يَلِي :

١– حَدِّدْ أَيَّ الأَعْمِدَةِ يُمثِّلُ بَيانَاتٍ وَصفيةً وَأَيُّهَا يُمثِّلُ بَيانَاتٍ كَمِّية .

٢– أكمل العَمُودَيْنِ النَّاقِصَينِ عَلَى أَنْ يَكونَ أَحدهُمَا بَيَانَاتٍ وَصفيةٍ وَالآخَرُ بَيانَاتٍ كَمية.

٣– اعْتَبِرْ نَفسَكَ أَحَدَ تَلاميذِ الأُستَاذ خَالد، ثُمَّ سَجِّلْ بِالجَدْوَلِ بَيانَاتك .

لاحظ أن :



قاعدة البيانات : هى مجموعة من البيانات الوصفية والكمية تخص عدد من الأشخاص أو المؤسسات أو الهيئات.

٢ تَجْمِيعُ البَيانَاتُ الإحصَائِيَّة الوَصْفِيَّة

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟
من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- تفريغ بيانات وصفية فى جدول بيانات تكرارى.
- تكوين جدول تكرارى بسيط من جدول بيانات تكرارى لبيانات وصفية.
- التوصل إلى معلومات من خلال بيانات بجدول تكرارى بسيط..

المفاهيم الرياضية
- جدول تفريغ بيانات تكرارى.
- جدول تكرارى بسيط



فَكِّرْ وَنَاقِشْ:

فَصْلٌ بِهِ ٣٦ تلميذًا، طَلَبَ مِنْهُم رَائِدُ الفَصْلِ تَسجِيلُ الهِوَايَةِ التِى يُفَضِّلُهَا كُلُّ مِنْهُمْ مِنْ بَيْنَ خَمْسِ هِوَايَاتِ هِىَ : (الغِنَاء – الرَّسم – التَّمثِيل – القِرَاءَة – العَزْف) لِتَنظِيم مُسَابَقَة فِى تِلكَ الهِوَايَات، فكانَتِ البَيَانَاتُ عَلَى النَّحْوِ التَّالِى :

الرسم – القراءة – العزف – الغناء – التمثيل – القراءة – العزف – الرسم – التمثيل – القراءة – العزف – العزف – التمثيل – الغناء – القراءة – الرسم – التمثيل – الرسم – الغناء – العزف – الرسم – التمثيل – الرسم – القراءة – القراءة – الرسم – التمثيل – القراءة – الرسم – الغناء – الرسم – القراءة – الغناء – التمثيل – الرسم – العزف

كَيفَ يُمكِنُكَ التَّعامُلُ مَعَ تِلْكَ البَيَانَات؟

لَعلَّكَ تُلاحِظُ أَنَّ كُلَّ هَذِهِ البَيانَاتِ وَصفِيةٌ، وَلِكَى يَتِم حَصْرُهَا أَوْ تَجمِيعُهَا لَابُدَّ مِنَ اسْتِخْدَام «جَدول تَفرِيغ بَيانَاتِ تَكرَارِي» بالشكل المقابل كَمَا دَرسْتَ بِالصَّفِّ الخَامِس.

جدول تفريغ بينات تكرارى

الهواية	العلامات	التكرارات
الغناء	$\cancel{||||}$	٥
الرسم	$\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$	١٠
التمثيل	$\cancel{||||}$ ||	٧
القراءة	$\cancel{||||}$ |||	٨
العزف	$\cancel{||||}$ |	٦
المجموع		٣٦

إذَا تَمَّ اسْتِبعَادُ عَمُودِ العَلامَاتِ مِنْ جَدولِ تَفرِيغِ البَيانَاتِ التَّكرَارى السَّابِقِ نَحصُلُ عَلَى «جَدولِ التَّوزِيعِ التَّكرَارِي»، وَهُوَ كَمَا يَلِى :

الهواية	الغناء	الرسم	التمثيل	القراءة	العزف	المجموع
عدد التلاميذ	٥	١٠	٧	٨	٦	٣٦

تَوزِيعُ تَلامِيذ أحد الفَصُول بِالصَّفِّ السَّادِس حَسبَ هُوايَاتِهِم المُفَضَّلَة

يُسمَّى هَذَا الجَدولُ «جَدول تكرَارى بَسيط» لأَنَّ كُل البَيانَاتِ التى يَتضمَّنُهَا وُزعَت وِفقًا لِصفَة وَاحدَة وَهِىَ «الهِوَاية المُفضَّلة» فى هَذَا النَّشَاط .

من خِلالِ الجدولِ السَّابقِ أَجِبْ عَمَّا يلى:

- مَا الهِوَايَةُ الأَكْثَرُ تفضيلاً بينَ التَّلاميذِ؟ وَمَا نسبَتُها المئويةُ؟
- مَا الهِوَايَةُ الأَقَلُّ تَفْضيلًا بَينَ التَّلاميذِ؟ وَمَا نسبَتُها المئويَّةُ ؟
- بِمَا تَنصَحُ مُديرَ هَذِهِ المَدرَسَةِ وَرائِدَ هَذَا الفَصْلِ بِخُصُوصِ تِلْكَ الهِوَايَاتِ؟

تدريب : عند حصر عدد الأفدنة المزروعة بأنواع معينة من الفاكهة فى إحدى محافظات مصر ، كانت البيانات كما يوضحها جدول التفريغ التالى :

نوع الفاكهة	العلامات	التكرار
برتقال	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ///	....
جوافة	~~////~~ ~~////~~ //	....
موز	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	....
عنب	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	....

أ) أكمل الجدول السابق :

ب) كون الجدول التكرارى ، ثم أجب :

١) ماعدد الأفدنة المزروعة بالفاكهة فى هذه المحافظات؟

٢) احسب النسبة المئوية لعدد الأفدنة من كل نوع من أنواع الفاكهة المزروعة فى هذه المحافظة.

٣ تَجْمِيعُ البَيانَات الإحْصَائِيَّة الكَمِّيَّة

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟
من خلال مشتركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- تفريغ بيانات كمية فى جدول بيانات تكرارى.
- تكوين جدول تكرارى ذى المجموعات من جدول بيانات تكرارى لبيانات كمية.
- التوصل إلى معلومات من خلال بيانات بجدول تكرارى ذى المجموعات.

المفاهيم الرياضية
- الدرجات الخام
- المدى.
- جدول تكرارى ذى المجموعات.

فَكِّرْ وَنَاقِشْ:

تَمَّ حَصرُ نَتَائج مَادَةِ الرِّياضيَّات فى نِهَايَةِ العَام الدِّرَاسى، لِتَلاميذِ أَحَدِ فُصُولِ الصَّفِّ السَّادسِ بِإِحْدَى المَدَارِس وَعددُهُم ٤٢ تِلْميذًا، فَكَانَتْ دَرَجَاتُهُم كَمَا يَلِى مِنْ دَرَجَةِ النِّهَايَةِ العُظْمَى وَهِىَ ٦٠ دَرَجَة :

٣٦ – ٣٢ – ٤٢ – ٣٨ – ٤٥ – ٢٨ – ٤٢
٥٧ – ٢٠ – ٤١ – ٥٩ – ٤٩ – ٤٨ – ٤٦
٤٠ – ٤٨ – ٥١ – ٥٣ – ٥٤ – ٥٥ – ٣٦
٣٣ – ٤٤ – ٥٧ – ٥٤ – ٤٦ – ٥٢ – ٢٦
٣٧ – ٣٠ – ٣٤ – ٤٧ – ٣٥ – ٤٤ – ٢٩
٤٩ – ٤٩ – ٥٠ – ٢٣ – ٤٣ – ٣٩ – ٤٣

تُسَمَّى هَذِهِ الدَّرجَاتُ بِالدَّرجَاتِ الخَام، أَىْ دَرَجَاتِ التَّلَامِيذ كَمَا هِىَ بَعْدَ تَصحِيحِ الاختِبَارِ، وَهِىَ بِحَالَتِهَا المُبعثَرَةِ هَذِهِ يَصعُبُ اسْتِنتَاجُ أَىِّ شَىءٍ ذِى قِيمَةٍ إِحصَائِيةٍ مِنْهَا.

فَمَثَلًا: مَا عَدَدُ التَّلامِيذِ المُمتَازِينَ ؟ مَا عَددُ التَّلامِيذِ الضِّعَافِ ؟ مَا عَددُ التَّلامِيذِ المُتوسِّطِين ؟

لاحظ أن : كُلُّ مَا يُمكِنُ استخلَاصُهُ مِنْ هَذِهِ الدَّرجَاتِ بِحالَتِهَا الخَامِ هَذِهِ هُوَأَصغَرُ دَرجَةٍ هِىَ ٢٠ وَأَكبَرُ دَرجَةٍ هِىَ ٥٩، وَمَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ الدَّرجَاتِ فى مَادةِ الرِّيَاضِيَّاتِ لِتَلامِيذِ هَذَا الفَصْلِ مُوزَّعَةٌ فِى مَدَى قَدرِه ٥٩ – ٢٠ = ٣٩ دَرَجَة.



✽ وَحَتَّى يَتِمَّ التَّعامُل مَعَ تِلكَ الدَّرَجَاتِ بِالدِّرَاسَةِ وَالتَّحلِيلِ يَجِبُ أَنْ نَضَعَهَا فِى جَدوَلٍ تَكرَارِى. وَيَتِمُّ ذَلِكَ مِنْ خِلَالِ الخُطُوَاتِ التَّالِيةِ :

١– تَحدِيدُ أَكبرِ وَأَصغَرِ قِيمَةٍ، وَفِى هَذَا المِثَال أَكبَرُ دَرَجَةٍ = ٥٩، وَأَصغَرُ دَرجَةٍ = ٢٠.

٢- تَحديدُ المَدَى المُوزَّع فيه القيمُ أو الدَّرجَاتُ وَهُوَ : **المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة** وَفِى هَذَا المثَالِ المَدَى المُوزَّع فيه دَرجَاتُ مَادة الرِّيَاضيَّات = ٥٩ - ٢٠ = ٣٩ دَرجَة

٣- تَلْخيصُ هَذِهِ البَيَانَات، وَهذَا يَتطلَّبُ تَقسيمَهَا إلَى عَدد مُنَاسب منَ المَجمُوعَات، عَنْ طَريق تَحديد طُولِ مُناسبٍ للمجمُوعَة وَليكُنْ ٥ دَرجَاتٍ فِى هَذَا المثَال، وَتبدأ بِأصغرِ الدَّرجَات وَتنتَهِى بِأكبَرِهَا فيتمُّ الحُصول عَلَى ثَمَانى مَجمُوعَاتٍ كَمَا يَلِى :

المَجْمُوعَةُ الأُولَى : تَضُمُّ تَلاميذَ تَتراوحُ دَرجَاتُهم منْ ٢٠ حَتَّى أَقل مِنْ ٢٥ دَرجَةً، وَيُعبر عَنْهَا ٢٠- .

المَجْمُوعَةُ الثَّانيَةُ : تَضُمُّ تَلاميذ تَترَاوحُ دَرجَاتُهم منْ ٢٥ حتى أقل من ٣٠ درجة، ويعبر عنها ٢٥- .

المَجْمُوعَةُ الثالثة: تَضُمُّ تَلاميذَ تَترَاوحُ دَرجَاتُهم منْ ٣٠ حَتَّى أَقل مِنْ ٣٥ دَرجَةً ، وَيُعبر عَنْهَا ٣٠-

وَهَكَذَا حَتَّى المَجْموعَةِ الأَخيرَة وَهِى :

المَجْمُوعَةُ الثَّامِنَةُ : تَضُمُّ تَلاميذَ تَترَاوحُ دَرجَاتُهم منْ ٥٥ حَتَّى أَقل مِنْ ٦٠ دَرجَةً، وَيُعبر عَنْهَا ٥٥- .



لاحظ أن : يُمكن حِسَابُ عَددِ المَجمُوعَاتِ منْ خِلَالِ العَلَاقَةِ التَّاليَة:

$$\text{عَدد المَجْمُوعَات} = \frac{\text{المدى}}{\text{طول المجموعة}}$$

وَفِى هَذَا المِثَالِ عَدد المَجمُوعَاتِ = $\frac{٣٩}{٥} = ٧\frac{٤}{٥} \approx ٨$ مَجْمُوعَات

وَبِهَذِهِ الطَّرِيقَة تَضمنَت المَجمُوعَاتُ جَميعَ الدَّرجَات الخَام لِلتَّلامِيذ .

٤- تَفريغُ البَيانَات فِى جَدوَلِ تَفريغ بَيانَاتٍ تَكرَارى كَمَا فى الشكل المقابل

جدول تفريغ بينات تكرارى

مجموع الدرجات	العلامات	التكرارات
٢٠ -	//	٢
٢٥ -	///	٣
٣٠ -	////	٤
٣٥ -	/ ~~////~~	٦
٤٠ -	/// ~~////~~	٨
٤٥ -	//// ~~////~~	٩
٥٠ -	/ ~~////~~	٦
٥٥ -	////	٤
المجموع		٤٢

٥- اسْتبعَادُ عَمودِ العَلامَاتِ مِنْ جَدوَلِ تَفريغِ البَيانَاتِ للحُصُولِ عَلَى "الجَدوَلِ التَّكرَارِى ذِى المَجمُوعَاتِ" كَمَا بِالشَّكلِ التَّالِى ، وَيُسمَّى كَذَلكَ لأنَّ البَيانَاتِ الَّتِى يتضمَّنُهَا وُزِّعَتْ وِفْقًا لِمجمُوعَاتٍ، وَيُصبحُ عنوانُهُ كمَا يلِى :

تَوزيعُ دَرجَاتِ تَلاميذِ أحدِ الفُصُولِ فِى مَادَّةِ الرِّيَاضيات

درجات التلاميذ	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٣	٤	٦	٨	٩	٦	٤	٤٢

أَجِبْ عَنِ الأَسئلَةِ التَّاليَةِ :

- مَا عَدَدُ التَّلاميذِ الذِينَ حَصَلُوا عَلَى ٥٠ دَرجَةً فَأكثَر؟ مَا النِّسْبَةُ المئويَّةُ لِهَؤُلاءِ التَّلاميذِ ؟
- مَا عَدَدُ التَّلاميذِ الذِينَ حَصَلُوا عَلَى أقلِّ الدَّرجَاتِ مِنْ وِجهَةِ نَظرِك ؟ وَمَا النِّسْبَةُ المئويَّةُ لَهُمْ ؟
- بِمَا تَنصحُ زُملاءَكَ فِى مَادةِ الرِّياضيات ؟



تَدريبٌ (١) أَثْنَاءَ رِحلَةٍ قَامَتْ بِهَا إحْدَى المَدَارِسِ لِزِيَارَةِ مَصنَعٍ لِلمَلابِسِ مَوجُودٍ بِالمُحَافَظَةِ قَامَتْ كُلٌّ مِنْ (هند وَنَبيلة) بِتَجْمِيعِ بيانَاتٍ عَنِ الأُجُورِ الأُسبُوعيةِ لِلعَامِلينَ بِالمَصنَعِ وَعددُهُم ٦٠ عَامِلاً، وَقامَتَا بِتَسْجِيلِ البَيَانَاتِ فِى الجَدْوَلِ التَّكرَارِى ذِى المَجمُوعَاتِ التَّالِى :



تَعلم تَعَاوُنى:

الأجر الإسبوعى	٥٠ -	٦٠-	٧٠-	٨٠ -	٩٠ -	١٠٠-	١١٠ -	المجموع
عدد العمال	٤	٧	١٢	١٨	١١	٥	٣	٦٠

تَوزيعُ الأُجورِ الأُسبُوعيةِ للعَامِلينَ بِالمصْنَعِ

اقْرأ الجَدولَ السَّابقَ جَيِّدًا مع أفراد مجموعتك ، وأَجِبْ عَنِ الأَسئلَةِ التَّاليَةِ :

- أَقلُّ أَجرٍ أُسبُوعى يَحصُلُ عَلَيه العَاملُ فِى هَذَا المَصنَعِ هُوَ ....
- الأَجْرُ الأُسْبُوعِىُّ الَّذِى يَتنَاولُهُ أكبرُ عَدَدٍ مِنَ العُمَّالِ يَتراوحُ بَينَ ....، ....
- النِّسْبةُ المئويةُ للعُمَّالِ الَّذِينَ يَتنَاولُونَ أقلَّ أجرٍ أسبُوعى هِىَ .... ٪ .
- عَدَدُ العُمالِ الَّذِينَ يَبلُغُ أَجْرُهُم ١٠٠ جُنَيهًا فَأكثَرُ هُوَ................ ،النِّسبَةُ المئويَّةُ لَهُمْ هِىَ .... ٪

٤ تَمثِيلُ البَيانَاتِ الإحصَائِيَّةِ بَالمُنْحَنَى التَّكْرَارِى

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- تمثيل جدول تكرارى ذى المجموعات بمضلع تكرارى.
- تمثيل جدول تكرارى ذى المجموعات بمنحنى تكرارى.
- التوصل إلى معلومات من خلال جدول تكرارى ذى المجموعات، والمنحنى التكرارى الخاص به.

المفاهيم الرياضية

- مركز المجموعة.
- مضلع تكرارى.
- منحنى تكرارى.

فَكِّرْ وَنَاقِشْ:

جَلَسَ عَادِلٌ بِجِوَارِ وَالِدِهِ الَّذِى يَعْمَلُ مُوظَّفًا لاستِقْبَالِ المَرضَى بِمُسْتَشفَى للأمرَاضِ البَاطِنيَّة لِمُدَّة سَاعتَين، وَقَامَ بِتَكْوِينِ جَدوَلٍ تَكرَارِى ذِى المَجْمُوعَاتِ لأعمَارِ المَرضَى الذِينَ تَمَّ تَسجِيلُهُم لِدُخُولِ المُستشْفَى خِلاَلَ هَذِهِ الفَترَة ، فَكَانَ كَمَا يَلِى :

عمر المريض	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	٦٠–	المجموع
عدد المرضى	٦	٨	١٢	١٥	١٠	٩	٦٠

وَعِنْدَمَا عَرضَ عَادِل هَذَا الجَدوَلَ عَلَى مُعلِّم الفَصلِ طَلبَ مِنْهُ وَمِنْ زُملائِه رَسمَ مُضَلَّعٍ تَكرَارِيٍّ لِتمثِيل تلْكَ البَيانَاتِ (كما تم بالصف الخامس) فَقَامَ عَادِلُ بِرسمِ الشَّكْلِ التَّالِى :



عندمَا سَألَهُ المُعَلِّمُ عَنِ الكَيفِيةِ التِى رَسَمَ بِهَا المُضَلَّعِ التَّكرَارِيَّ

أَجَابَ عَادِل: إنَّنِى اتَّبعَتُ الخُطوَاتِ التَّالِيَة :

١– قُمْتُ بِرسَمِ المحورِ الأُفقيِّ ثُمَّ المحورِ الرَّأسِى .

٢– قُمْتُ بِتَقْسِيمِ كُلٍّ منهُمَا إلَى أقسَامٍ مُتسَاوِية مُناسِبَة للبيَانَاتِ التى حَصَلْتَ عَلَيه .

٣– قُمْتُ بِتَحدِيدِ مَركَزِ كُلِّ مَجمُوعَةٍ كمَا يَلِى :

مَركَزُ المَجمُوعَةِ (١٠ –) هو $\frac{١٠ + ٢٠}{٢}$ = ١٥، مركز المجموعة (٢٠–) هو $\frac{٢٠ + ٣٠}{٢}$ = ٢٥، وهكذا

.... حتى المجموعة (٦٠–) ويكون مركزها هو $\frac{٦٠ + ٧٠}{٢}$ = ٦٥

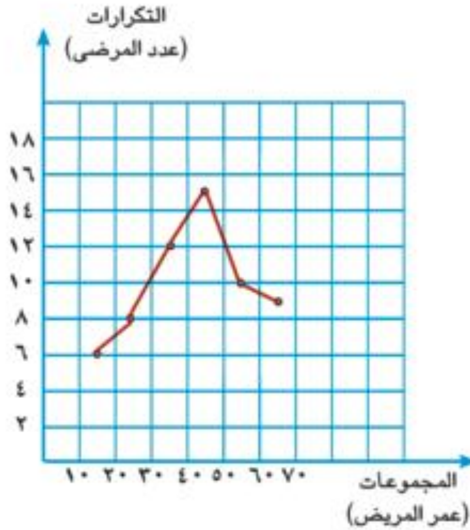
عمر المريض (المجموعات)	عدد المرضى (التكرارات)	مركز المجموعة	النقطة الممثلة للمجموعة
١٠ -	٦	١٥	(٦،١٥)
٢٠ -	٨	٢٥	(٨،٢٥)
٣٠ -	١٢	٣٥	(١٢،٣٥)
٤٠ -	١٥	٤٥	(١٥،٤٥)
٥٠ -	١٠	٥٥	(١٠،٥٥)
٦٠ -	٩	٦٥	(٩،٦٥)
المجموع	٦٠		

١- حَددتُ النِّقَاطَ عَلَى الرَّسمِ حَيثُ لِكُلِّ مَجمُوعَة زَوجُ المُرتَّبِ هُوَ :

(مَركَزُ المَجمُوعَة ، تكرَارها)

فَمثَلاً المَجمُوعَة (١٠-) تَكونُ النُّقطَةُ المُمَثِّلَة لَهَا هِىَ (٦،١٥)؛ حَيثُ مَركَزُهَا ١٥، تكرَارُهَا ٦، المَجمُوعة (٢٠-) تَكونُ النُّقطَةُ المُمثَّلة لَهَا هِىَ (٨،٢٥)، وهكذا ......

وَيصبِحُ الجَدولُ التكرارى بِالشَّكلِ المقابل .



٢- رَسمْتُ بِاسْتِخْدَامِ القَلمِ الرَّصَاصِ وَالمَسطَرَةِ قِطعَةً مُستَقيمَةً تَصِلُ بَينَ كُل نُقطَتينِ تَاليتَينِ مِنَ النِّقَاطِ الَّتِى حَددتُهَا بِالخُطوَةِ السَّابِقَة .

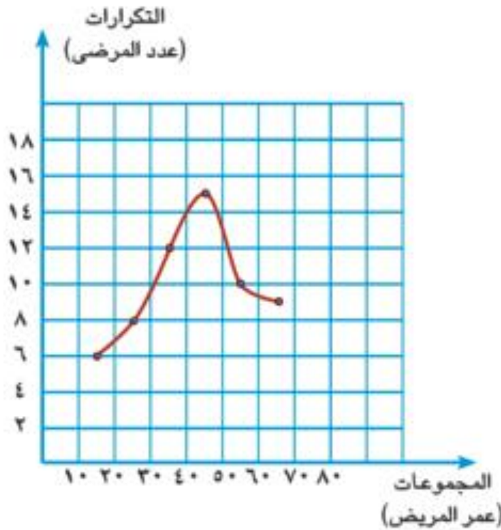
وَهكَذا أكُونُ قَدْ حَصلْتُ عَلَى رَسْمِ المُضلَّعِ التَّكرَارى.

المُعَلِّم: أَحسنْتَ، وَلَكن إذَا قُمتَ أَنْتَ وَزمَلاؤك بِتوصِيلِ النِّقَاطِ التى حَصَلْتَ عَلَيهَا بِاسْتِخْدَامِ القَلمِ الرَّصَاصِ بِدُونَ أَنْ تَرفَعَهُ عَنْ وَرقَةِ الرَّسْمِ وَبِدُونَ اسْتِخْدَامِ المَسطرَةِ سَوفَ تَحصُلُ عَلَى رَسْمٍ جَدِيدٍ مَا هُوَ ؟

إذَا حَصلْتَ عَلَى الخَطِّ الأَحمَرِ بِالرَّسْمِ السَّابِقِ فَأَنتَ عَلَى الطَّرِيقِ الصَّحِيحِ وَتَكونُ قَد حَصلْتَ عَلَى مُنحنَى يَمُرُّ بِأَكبَرِ عَدَدٍ مِنْ هَذِهِ النِّقَاطِ .

هَذَا الرَّسْمُ الجَدِيدُ يُسَمَّى " المُنْحَنَى التَّكرَاري" وَالَّذِى يُمكِنُ تَنفِيذُهُ مُبَاشَرَةً الآنَ كَمَا فِى الرَّسمِ المقابل .

وَهُوَ صُورَةٌ أُخرَى لِتمثِيلِ البَيَانَاتِ الإِحصَائية .



تدريب: قامتْ عُلا ونرجسُ معًا بتسجيل درجات الحرارة المُتوقَّعة لـ ٣٠ مدينةً فى أحد أيَّام فصل الصَّيف أثناء مُشاهدتِهنَّ لنشرة الأخبار بالتلفزيون ، ثُمَّ كوَّنتا معًا الجدول التَّكرارى التَّالي:

درجة الحرارة	٢٤ –	٢٨–	٣٢–	٣٦ –	٤٠ –	٤٤–	المجموع
عدد المدن	٣	٤	٧	٩	٥	٢	٣٠

ارسمْ المُنحنَى التَّكرارى للجدْول السَّابق وَأجب عَن الأسئلَة التَّالية :

أ– ما عَددُ المُدُن التى تَصلُ دَرجَةُ حرارَتها إلى ٤٠ درجة فأكثر؟ بم تنصح سُكَّانَ هذه المدن ؟

ب– ما عَددُ المدُن التى تَصلُحُ لأنْ تكونَ مَصيفًا لقضاء هذا اليَوم ؟

جـ– ما عَددُ المُدُن التى تكونُ دَرجَةُ حرارَتها مُعتدلَةً فى هَذا اليَوْم مِنْ وجهَة نَظرك ؟

تدريب ٢

التمثيل البيانى المقابل يبين المواد المفضلة لدى تلاميذ

اعرض فى صورة جدول تكرارى البيانات التى يمثلها الشكل البيانى ، ثم أكمل ما يلى مستعينا بما بين القوسين :

أ– المادة التى يفضلها معظم التلاميذ .... (اللغة العربية ـ الدراسات الاجتماعية ـ الرياضيات ـ العلوم)

ب ـ المادتان اللتان يفضلهما نفس العدد من التلاميذ .... { (اللغة العربية والرياضيات) ـ (العلوم و الدراسات الاجتماعيه) ـ (الدراسات الاجتماعيه و الرياضيات) ـ (العلوم و الرياضيات)}

ج ـ النسبة المئوية لعدد التلاميذ الذين يفضلون الدراسات الاجتماعيه بالنسبه للعدد الكلى للتلاميذ .... (٧٥٪ ـ ٥٠٪ ـ ٤٠٪ ـ ٢٥٪)

